

# MODÁLNA ANALÝZA TUNELOVÉHO OSTENIA POMOCOU FOURIEROVEJ TRANSFORMÁCIE

## MODAL ANALYSIS OF TUNNEL LINING USING FOURIER TRANSFORM

JURAJ ORTUTA, JOZEF ŠIMIČEK, BIBIANA BRIXOVÁ, RENÉ PUTIŠKA

### ABSTRAKT

Pri navrhovaní tunelového ostenia je dôležité poznať jeho správanie sa pri dynamickom zaťažení, ktorým je technická prípadne prírodná seizmicita. Z riešenia dynamicky zaťažených konštrukcií je známa skutočnosť, že ak sa budená frekvencia zaťaženia rovná, alebo približne rovná vlastnej frekvencii, dochádza k nežiaducim rezonančným javom. Spoľahlivým nástrojom na vyšetrenie dynamických vlastností konštrukcie tunelového ostenia je modálna analýza, ktorá na nájdenie vlastných frekvencií používa jej tuhostné a hmotnostné vlastnosti. Modálna analýza, ktorá bola vyvinutá v leteckom inžinierstve v 40-tych rokoch dvadsiateho storočia, našla praktické využitie až s dostupnosťou výpočtovej techniky a nástupom rýchlej Fourierovej transformácie v 60-tych rokoch. Dôležitou súčasťou modálnej analýzy je Fourierová transformácia vyvinutá francúzskym matematikom Jeanom Baptiste Joseph Fourierom, ktorý na základe skúmaní termodynamických javov sa začal zaoberať myšlienkou uvažovať časový priebeh meranej funkcie ako súčet harmonických zložiek. Pôvodná „diskrétna“ Fourierová transformácia (DFT) časovej funkcie do frekvenčnej oblasti našla praktické využitie až v roku 1965, kedy americkí matematici James William Cooley a John Tukey ju podstatne zefektívni a prispôsobili ju možnostiam výpočtovej techniky. Samotné riešenie diferenciálnej rovnice vlastného kmitania konštrukcie tunelového ostenia je tak možné porovnať s experimentálnou analýzou založenou na meraniach, ich následným spracovaním a vyhodnotením pomocou rýchlej Fourierovej transformácie (FFT).

### ABSTRACT

When designing a tunnel lining, it is important to know its behavior under dynamic loading, which is induced or natural seismicity. It is known from the solution of dynamically loaded structures that if the excited frequency of the load is equal to, or approximately equal to, the natural frequency, undesirable resonance phenomena occur. A reliable tool for investigating the dynamic properties of the tunnel lining structure is the modal analysis, which uses its stiffness and mass properties to find the natural frequencies. Modal analysis, which was developed in aeronautical engineering in the 1940s, found practical use only with the availability of computer technology and the development of the fast Fourier transform in the 1960s. An important part of the modal analysis is the Fourier transform developed by the French mathematician Jean Baptiste Joseph Fourier, who, based on the investigation of thermodynamic phenomena, began to deal with the idea of considering the time course of the measured function as a sum of harmonic components. The original “discrete” Fourier transform (DFT) of the time function into the frequency domain found practical use only in 1965, when the American mathematicians James William Cooley and John Tukey substantially made it more efficient and adapted it to the possibilities of computer technology. It is thus possible to compare the solution of the differential equation of the natural oscillation of the tunnel lining structure with the experimental analysis based on the measurements, their subsequent processing and evaluation using the fast Fourier transform (FFT).

### ÚVOD

Úlohou každého projektanta je navrhnuť spoľahlivé stavebné dielo. Dôležitým východiskom pri navrhovaní a posudzovaní podzemných geotechnických konštrukcií je poznanie, ktoré prechádza dvomi štádiami, to prvé spočíva v konzervatívnom myslení založenom na empirických poznatkoch, to druhé v intuitívnom podchytení vzájomných súvislostí a závislostí skúmaného celku v analytickej a tiež v numerickej forme. Zodpovednému projektantovi, ktorý navrhuje skutočne fungujúce dielo, neostáva nič iné, ako prejsť aj tou druhou cestou, kde svoje nadobudnuté poznatky popíše matematicky so všetkými problémami, nevyhnutnou logikou i so stupňom náročnosti riešenia, ktorý je zvyčajne určený požiadavkou výpočtového modelu. Takýto model v určitom rozsahu platnosti je možné všeobecne chápať ako istý objekt, buď reálny alebo virtuálny, ktorý vykazuje vo svojom chovaní istú podobnosť s objektom modelovaným. Model je vytváraný z dôvodu ekonomie – jeho cieľom je preskúmať samotný objekt, pritom ho ale nepoškodiť, či už z dôvodov ekonomických alebo etických. Je možné rozlišovať dva extrémne prípady, medzi ktorými sa model môže pohybovať. V prvom prípade ide o konceptuálny

### INTRODUCTION

The task of every designer is to design a reliable structure. An important starting point for the design and assessment of underground geotechnical structures is knowledge, which goes through two stages, the first consists in conservative thinking based on empirical knowledge, the second in intuitive grasping of the interrelationships and dependencies of the investigated entity in analytical and numerical form. The responsible designer, who designs a truly functioning work, has no choice but to go the other way, where he describes his acquired knowledge mathematically with all the problems, the necessary logic and the level of complexity of the solution, which is usually determined by the requirement of the calculation model. Such a model in a certain range of validity can be generally understood as a certain object, either real or virtual, which shows a certain similarity in its behavior with the modeled object. The model is created for reasons of economy – its goal is to examine the object itself, but not to damage it, whether for economic or ethical reasons. It is possible to distinguish two extreme cases between which the model can move. In the first case, it is a conceptual model that explains only the very principle of the investigated phenomenon,

model, ktorý vysvetľuje iba samotný princíp skúmaného úkazu a pri druhom prípade ide o simulačný model nepožadujúci žiadny numericky relevantný popis reality.

## TEORETICKÉ ZÁKLADY

Stanovenie zataženia ostenia podzemných stavieb bolo a zároveň je jednou zo základných a najťažších úloh geotechnika. Na rozdiel od úloh, ktoré stoja pred statikom v rámci pozemných stavieb a ich konštrukcií s relatívne presne danými vonkajšími zataženiami, je úloha geotechnika v podzemnom staviteľstve neporovnateľne obtiažnejšia.

Častým javom pri užívaní podzemného stavebného diela sú dynamické otrasy či už prírodného alebo technického pôvodu. Nutným prostriedkom, ako numericky popísať seizmickú udalosť, je zmerať a zaznamenať priebeh jej zrýchlení v čase.

V oblastiach s malým výskytom zemetrasení do výpočtu vstupujú odhadované vstupy založené na dlhoročných pozorovaniach a pravdepodobnostných výpočtoch. Pri razení tunelovej stavby je možné využiť meranie odozvy prostredia na trhavinové rozpojovanie horniny a tým pádom aj vytváranie seizmickej odozvy prostredia na vybudenu energiu. Toto meranie nie je potrebné vykonávať v prípade, že banský úrad rozhodne ináč a potom je to už na zhotoviteľovi či sa budú vykonávať.

## INDUKOVANÁ ANTROPOGÉNNA SEIZMICITA

Ako už názov kapitoly hovorí, ide o seizmicitu, ktorú predstavujú menšie otrasy, a je spôsobená ľudskou činnosťou. Táto činnosť mení napätie v zemskej kôre a jej charakteristickým znakom je, že má nízku magnitúdu.

Seizmické nebezpečenstvo indukovanej seizmicity je možné posúdiť podobnými technikami ako pri prirodzenej seizmicite, aj keď sa zohľadňuje nestacionárne vlnenie. Takto podané vysvetlenie navodzuje fakt, že otrasy spôsobené ľudskou činnosťou sú podobné otrasom, ktoré spôsobuje zemetrasenie, aj keď je potrebné vziať do úvahy rozdiel v hĺbke vzniku. To znamená, že je možné použiť modely vystavané na základe prírodných zemetrasení, ktoré sú zastúpené v početných databázach. Následne by sa vykonalo

and in the second case, it is a simulation model that does not require any numerically relevant description of reality.

## THEORETICAL FOUNDATIONS

Determining the load on the lining of underground structures was and is one of the basic and most difficult tasks of a geotechnician. In contrast to the tasks faced by the static engineer in the framework of earthworks and their structures with relatively precisely given external loads, the role of the geotechnician in underground construction is incomparably more difficult.

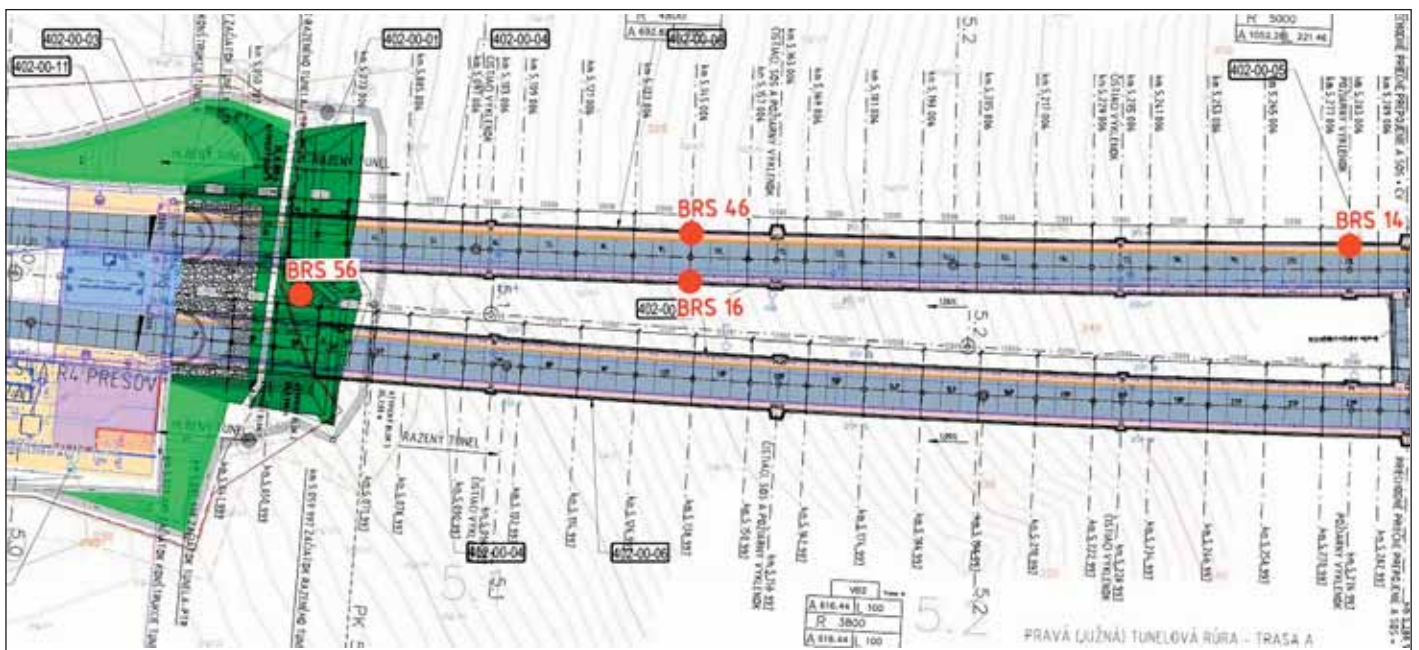
Dynamic shocks, whether of natural or technical origin, are a frequent phenomenon during operation of underground structure. A necessary means of numerically describing a seismic event is to measure and record the course of its acceleration over time.

In areas with a low incidence of earthquakes, estimated inputs based on long-term observations and probability calculations enter the calculation. When tunneling, it is possible to use the measurement of the response of the environment to the explosive loosening of the rock and thus also the creation of the seismic response of the environment to the generated energy. However, these measurements do not have to be carried out if the mining authority decides otherwise, and then it is up to the contractor whether they will be carried out.

## INDUCED ANTHROPOGENIC SEISMICITY

As the title of the chapter already says, it is about seismicity, which is represented by smaller tremors and is caused by human activity. This activity changes the stress in the earth's crust and its characteristic feature is that it has a low magnitude.

Seismic hazard from induced seismicity can be assessed using techniques similar to natural seismicity, although non-stationary waves are taken into account. The explanation given in this way suggests the fact that the tremors caused by human activity are similar to the tremors that cause an earthquake, although the difference in the depth of origin must be taken into account. This means that it is possible to use models built on the basis of natural earthquakes, which are represented in numerous databases. A risk assessment would then be carried out, taking into account the seismic hazard



Obr. 1 Situácia západného portálu tunela Okruhliak (uloženie geofonov v hlavnom meracom profile a na portáli označujú červené body)

Fig. 1 Situation of the western portal of the Okruhliak tunnel (red points indicate the location of geophones in the main measuring profile and on the portal)

posúdenie rizík, pričom sa zohľadní seizmické nebezpečenstvo a vplyv na objekty v blízkosti epicentra. Napokon sa riziko teoreticky zmierni a to úpravou nebezpečenstva.

Tunelovanie ovplyvňuje primárnu napätosť okolitej horniny, čo spôsobuje deformácie a seizmickú aktivitu. To je spojené s problémami počas razenia a samozrejme aj s ohrozením pracovníkov. Proces je známy ako „rock bursts“, čiže spontánne zlyhanie mechanických a stabilizačných vlastností materiálu, v tomto prípade horniny, spojené so seizmickými otrasmi.

Toto je dôvod, prečo mnohé podzemné stavby prevádzkujú seizmické monitorovacie siete s cieľom riadiť riziko spojené s umelými otrasmi a následným usmerňovaním postupov ražby, v prípade ohrozenia okolitej zástavby, čo ale pri razení tunela v extraviláne nie je podmienkou.

### MERANIE SEIZMICKEJ ODOZVY PROSTREDIA POČAS OdstrelOV

Skúšky odstrelov sa vykonali priamo počas raziacich prác tunela Okruhliak. Razenie prebiehalo v ílovci a sústava geofónov bola rozložená tak, aby bolo možné zdokumentovať aj útlm seizmického vlnenia.

Odstrely boli zaznamenávané automaticky v priebehu 48 hodín na rozličných miestach v rámci tunela (obr. 1):

- BRS 46: hlavný merací profil 5,140 km, vzdialenosť od čelby 260 m; ľavá strana (smer k čelbe) – na zemi, zahrabané v suti pri ostení;
- BRS 16: hlavný merací profil 5,140 km, vzdialenosť od čelby 260 m; pravá strana (smer k čelbe) – na zemi, zahrabané v suti pri ostení;
- BRS 14: jednoduchý merací profil (MP13) 5,280 km, vzdialenosť od čelby 120 m; ľavá strana (smer k čelbe) – na zemi, zahrabané v suti pri ostení (obr. 2);
- BRS 56: portál – stred medzi rúrami – pri geodetickom bode na betónovom bloku cca 1 m nad zemou (obr. 3), vzdialenosť od čelby 350 m;

and the impact on objects near the epicenter. Finally, the risk is theoretically mitigated by adjusting the hazard.

Tunneling affects the primary stress of the surrounding rock, causing deformation and seismic activity. This is associated with problems during underground excavation and, of course, with the risk of workers. The process is known as “rock bursts”, i.e. the spontaneous failure of the mechanical and stabilizing properties of the material, in this case rock, associated with seismic shocks.

This is the reason why many underground structures operate seismic monitoring networks in order to manage the risk associated with artificial tremors and the subsequent guidance of excavation procedures, in the event of a threat to the surrounding buildings, which is not a condition for greenfield tunneling.

### MEASUREMENT OF THE ENVIRONMENT SEISMIC RESPONSE DURING BLASTING

The blasting tests were carried out directly during the excavation work of the Okruhliak tunnel. Excavation took place in clay, and the geophone system was laid out in such a way that the attenuation of seismic waves could also be documented.

The blasts were recorded automatically within 48 hours at various points within the tunnel (Fig. 1):

- BRS 46: main measuring profile 5.140km, distance from the face 260m; left side (towards the face) – on the ground, buried in the rubble near the lining;
- BRS 16: main measuring profile 5.140km, distance from the face 260m; right side (toward the face) – on the ground, buried in rubble near the lining;
- BRS 14: simple measuring profile (MP13) 5.280km, distance from the face 120m; left side (toward the face) – on the ground, buried in rubble near the lining (Fig. 2);
- BRS 56: portal – center between the tunnels – at the geodetic target on the concrete block approx. 1m above the ground (Fig. 3), distance from the front 350m;
- BRS 48: electricity pole (x: -263.54; y: -1203.81; z: 279.131) – on the base, distance from the face 590m.



Obr. 2 Osadenie seismografu BRS 14 v tuneli  
Fig. 2 Installation of the BRS 14 seismograph in the tunnel



Obr. 3 Osadenie seismografu BRS 56 na portáli  
Fig. 3 Installation of the BRS 56 seismograph on the portal

BRS 48: stožiar el. napätia (x: -263,54; y: -1203,81; z: 279,131) – na podstavci, vzdialenosť od čelby 590 m.

Na meranie a grafický záznam seizmických účinkov odstrelu boli použité digitálne seizmické aparatúry – BRS32 firmy ARENAL s.r.o. vybavené trojzložkovým seizmickým snímačom SM6 (Sensor Nederlanden – Holandsko). Systém registrácie so snímačom SM6 je atestovaný Českým metrologickým inštitútom v Prahe. Aparatúra BRS32 zaznamenáva priebehy v pravouhlom súradnicovom systéme (tri zložky priebehu amplitúd rýchlosti kmitania), ktorého dve osi ležia vo vodorovnej rovine (N – orientovaná smerom k miestu odpalu, E – kolmo na miesto odpalu) a tretia (Z) je orientovaná zvislo k zemi. Táto seizmická aparatúra má dynamiku 80 dB a pri meraniach je nastavená na vzorkovaciu frekvenciu 250 Hz. Namerané hodnoty sú zapisované na interný pevný disk. Trojzložkové snímače SM6 majú citlivosť  $v = 28,8 \text{ mV/mm.s}^{-1}$  s frekvenčným rozsahom 0,5–60 Hz. Časové údaje na seizmických záznamoch sú v svetovom čase UTC (SELČ = UTC+2 hodiny; SEČ = UTC+1 hodina), ktorý je registrovaný satelitným prijímačom času Garmin pripojeným priamo k aparatúre BRS32.

Prístroje BRS32 boli uložené na meracích stanoviskách a spustené pre nepretržitý automatický záznam. Na meracích stanovištiach bol zaznamenaný priebeh jednotlivých zložiek N (os tunelovej rúry), E (os kolmá na tunelovú rúru) a Z (zvislá os) seizmického vlnenia pri odstrelu. Dáta zaznamenané seizmickými aparatúrami boli automaticky uložené do ich pamäte, následne boli dekódované do formátu ASCII a spracované.

## VYHODNOTENIE MERANÍ A URČENIE VLASTNÝCH TVAROV KMITANIA SEKUNDÁRNEHO OSTENIA

Tak ako bolo napísané v úvode, pri numerickom popísaní seizmickej udalosti je nutný záznam jeho rýchlosti v čase.

Na vyhodnocovanie časových záznamov a teda aj akceleroqramov sa používa Fourierová transformácia, kde sa záznam prevedie z časovej oblasti do frekvenčných komponentov, čím sa v ňom zistí obsiahnutá periodicitá.

Každú spojite diferencovateľnú funkciu s periódou  $T$  (platí:  $f(t) = f(t + T)$ ) je možné rozvinúť do goniometrického radu [1]:

$$\hat{f} = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right) \quad (1)$$

s koeficientmi

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Vzhľadom na výpočtovú náročnosť, ktorá pri spracovaní rozsiahlych časových záznamov vzniká, je praktické uvažovať systém rovníc v komplexnom tvare a využiť niektoré vlastnosti goniometrických funkcií. Systém rovníc je možné ďalej uvažovať v tvare:

$$\{f\} = [W_n] \cdot \{\hat{f}\}, \quad (4)$$

kde:

$\{\hat{f}\}$  je časový záznam v sekundách (s),

$\{f\}$  sú neznáme frekvencie v hertzoch (Hz),

$[W_n]$  je Vandermondeho matica  $n$ -tého rádu

Digital seismic equipment – BRS32 from ARENAL s.r.o. was used to measure and graphically record the seismic effects of blasting. equipped with a three-component seismic sensor SM6 (Sensor Nederlanden – Netherlands). The recording system with the SM6 sensor is certified by the Czech Metrological Institute in Prague. The BRS32 apparatus records waveforms in a rectangular coordinate system (three components of the waveform of the oscillation speed amplitudes), two axes of which lie in the horizontal plane (N – oriented towards the blast, E – perpendicular to the blast) and the third (Z) is oriented vertically to the ground. This seismic apparatus has a dynamics of 80 dB and is set to a sampling frequency of 250Hz during measurements. The measured values are written to the internal hard disk. Three-component SM6 sensors have a sensitivity of  $v = 28.8 \text{ mV/mm.s}^{-1}$  with a frequency range of 0.5–60Hz. The time data on the seismic records are in UTC world time (SELČ=UTC+2 hours; CET=UTC+1 hour), which is registered by the Garmin satellite time receiver connected directly to the BRS32 equipment.

BRS32 instruments were placed on measuring stations and switched on for continuous automatic recording. The course of the individual components N (axis of the tunnel), E (axis perpendicular to the tunnel) and Z (vertical axis) of seismic waves during blasting was recorded at the measuring stations. The data recorded by the seismic equipment were automatically stored in their memory, then decoded into ASCII format and processed.

## EVALUATION OF MEASUREMENTS AND DETERMINATION OF NATURAL OSCILLATION SHAPES OF SECONDARY LINING

As it was written in the introduction, in the numerical description of a seismic event, it is necessary to record its speed in time.

Fourier transform is used to evaluate time records and thus also accelerograms, where the record is converted from the time domain to frequency components, thereby determining the periodicity contained in it.

Each continuously differentiable function with period  $T$  (valid:  $f(t)=f(t+T)$ ) can be developed into a trigonometric series [1]:

$$\hat{f} = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right) \quad (1)$$

with coefficients

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Due to the computational complexity that arises when processing extensive time records, it is practical to consider a system of equations in a complex form and use some properties of trigonometric functions. The system of equations can be further considered in the form:

$$\{f\} = [W_n] \cdot \{\hat{f}\}, \quad (4)$$

where:

$\{\hat{f}\}$  is the time record in seconds (s),

$\{f\}$  are the unknown frequencies in hertz (Hz),

$[W_n]$  is the Vandermonde matrix of the  $n^{\text{th}}$  order

$$[W_n] = \begin{bmatrix} w_n^0 & w_n^0 & w_n^0 & \dots & w_n^0 \\ w_n^0 & w_n^1 & w_n^2 & \dots & w_n^{(n-1)} \\ w_n^0 & w_n^2 & w_n^4 & \dots & w_n^{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n^0 & w_n^{(n-1)} & w_n^{2(n-1)} & \dots & w_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pre prvky štvorcovej matice, ktorá je v komplexnom tvare, platí:

$$w_n^{jk} = \cos\left(2\pi \frac{(j-1)(k-1)}{n}\right) + i \cdot \sin\left(2\pi \frac{(j-1)(k-1)}{n}\right), \quad (6)$$

kde:  
*i* je imaginárna jednotka:  $i^2 = -1$ .

Mechanickými vlastnosťami stavebnej konštrukcie sú jej okrajové podmienky, tuhosť určená pružnosťou materiálu a hrúbkou konštrukcie a s ňou spojená hmotnosť. Výpočtom získané veličiny vlastného kmitania, pomocou ktorých je možné pochopiť správanie sa konštrukcie, sú vlastné frekvencie, vlastné deformácie a modálne hmoty.

Existuje viacero metód, pomocou ktorých je možné vypočítať vlastné kmitanie konštrukcie. Pri praktických výpočtoch sa najčastejšie používa metóda iterácie podpriestoru vyvinutá nemeckým stavebným inžinierom Klausom Jürgenom Bathem, či Lanczosova metóda, ktorú vyvinul maďarský matematik Cornelius Lanczos.

Vlastné kmitanie sekundárneho ostenia tunela je možné popísať pomocou diferenciálnej rovnice dosky uloženej na pružnom podloží [2]:

$$d_1 \cdot \frac{\partial^4 w_z}{\partial x^4} + 2d_1 \cdot \frac{\partial^4 w_z}{\partial x^2 \partial y^2} + d_1 \cdot \frac{\partial^4 w_z}{\partial y^4} + k_z w_z + k_{xy} u_x + k_{xy} v_y - \rho \cdot \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

kde:

$$d_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \text{ je dosková tuhosť v ohybe,} \quad (8)$$

$w_z, u_x, v_y$  je riešenie diferenciálnej rovnice (obr. 4),

$$[W_n] = \begin{bmatrix} w_n^0 & w_n^0 & w_n^0 & \dots & w_n^0 \\ w_n^0 & w_n^1 & w_n^2 & \dots & w_n^{(n-1)} \\ w_n^0 & w_n^2 & w_n^4 & \dots & w_n^{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n^0 & w_n^{(n-1)} & w_n^{2(n-1)} & \dots & w_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

For the elements of a square matrix, which is in complex form, the following applies:

$$w_n^{jk} = \cos\left(2\pi \frac{(j-1)(k-1)}{n}\right) + i \cdot \sin\left(2\pi \frac{(j-1)(k-1)}{n}\right), \quad (6)$$

where:  
*i* is an imaginary unit:  $i^2 = -1$ .

The mechanical properties of the civil structure are its boundary conditions, stiffness determined by the elasticity of the material and the thickness of the structure, and the weight associated with it. The quantities of self-oscillation obtained by calculation, with the help of which it is possible to understand the behavior of the structure, are natural frequencies, natural deformations and modal masses.

There are several methods that can be used to calculate the natural oscillation of a structure. In practical calculations, the subspace iteration method developed by the German civil engineer Klaus Jürgen Bath, or the Lanczos method, developed by the Hungarian mathematician Cornelius Lanczos, is most often used.

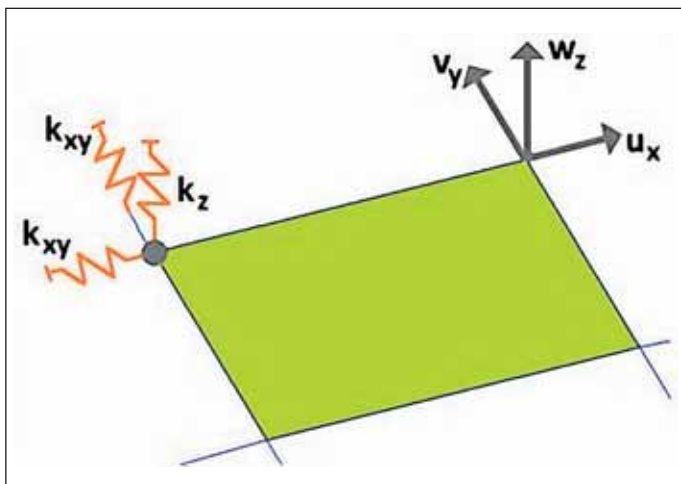
The self-oscillation of the secondary lining of the tunnel can be described using the differential equation of a plate on an elastic foundation [2]:

$$d_1 \cdot \frac{\partial^4 w_z}{\partial x^4} + 2d_1 \cdot \frac{\partial^4 w_z}{\partial x^2 \partial y^2} + d_1 \cdot \frac{\partial^4 w_z}{\partial y^4} + k_z w_z + k_{xy} u_x + k_{xy} v_y - \rho \cdot \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

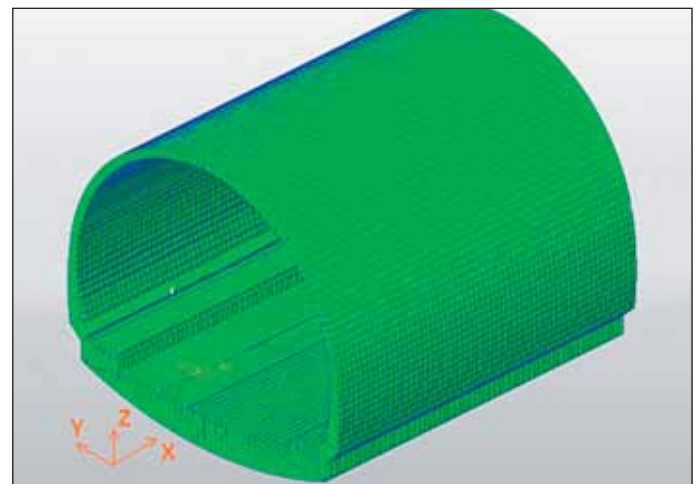
where:

$$d_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \text{ is the plate bending stiffness} \quad (8)$$

$w_z, u_x, v_y$  is the solution of the differential equation (Fig. 4),  
*E* is the modulus of elasticity of the material,  
*h* is the thickness of the plate,



Obr. 4 Doskový element – posunutia uzlov doskového elementu a orientácia pružných podpier hmotného bodu  
 Fig. 4 Plate element – displacements of plate element nodes and orientation of elastic supports of mass point



Obr. 5 Model sekundárneho ostenia v programe MIDAS CIVIL a orientácia globálneho súradnicového systému  
 Fig. 5 Model of the secondary lining in the MIDAS CIVIL program and the orientation of the global coordinate system

$E$  je modul pružnosti materiálu,  
 $h$  je hrúbka dosky,  
 $\mu$  je Poissonovo číslo,  
 $\rho$  je merná hmotnosť materiálu,  
 $k_{xy}$  je modul reakcie prostredia pre obor seizmických pretvorení v šmyku,  
 $k_z$  je modul reakcie prostredia pre obor seizmických pretvorení v rovnomernom tlaku (obr. 4).

Sekundárne ostenie tunela je uvažované ako samostatný dilaatačný celok, modelovaný doskovými elementmi podľa Kirchhoffovej ohybovej teórie, ktoré sú uložené na pružnom podloží. Zotrvačné účinky sú vo výpočte vlastného kmitania aproximované konzistentnou maticou hmotnosti.

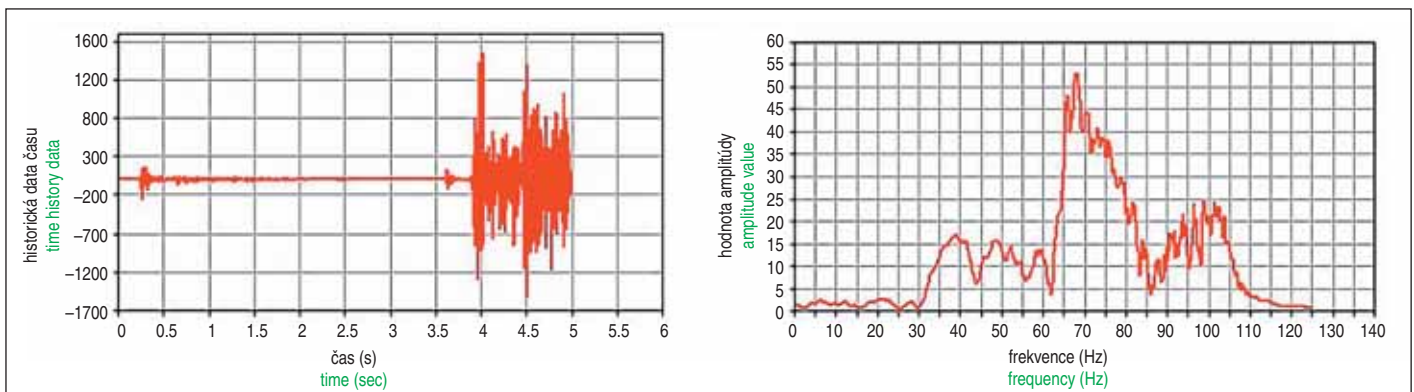
V modeli je uvažovaný betón C30/37:  
 $h$  = premenná hrúbka (0,3–1,121 m),

$\mu$  is Poisson number,  
 $\rho$  is specific gravity of the material,  
 $k_{xy}$  is modulus of subgrade reaction for the domain of seismic deformations in shear,  
 $k_z$  is modulus of subgrade reaction for the domain of seismic deformations in uniform pressure (Fig. 4).

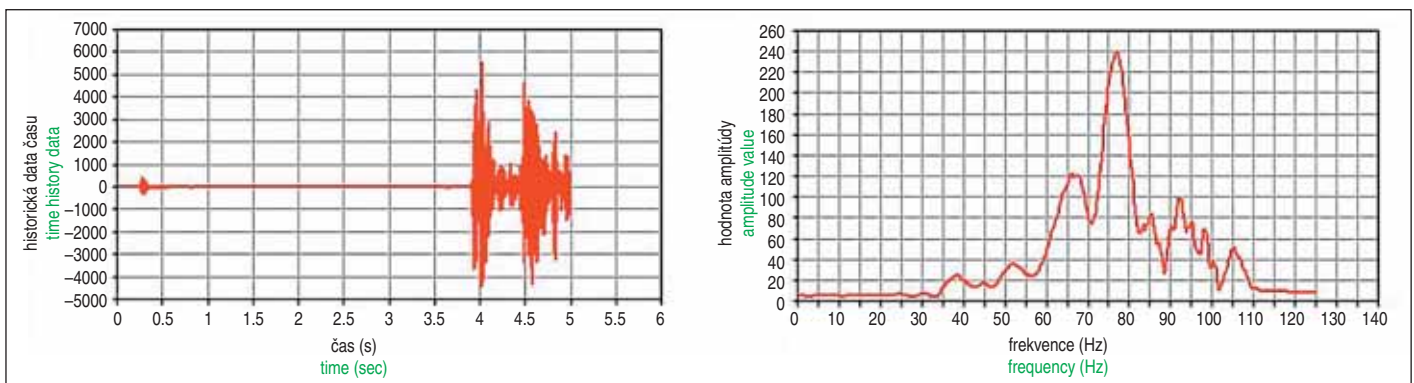
The secondary lining of the tunnel is considered as a separate dilation unit, modeled by plate elements according to Kirchhoff's bending theory, which are placed on an elastic foundation. Inertia effects are approximated by a consistent mass matrix in the natural oscillation calculation.

C30/37 concrete is considered in the model:

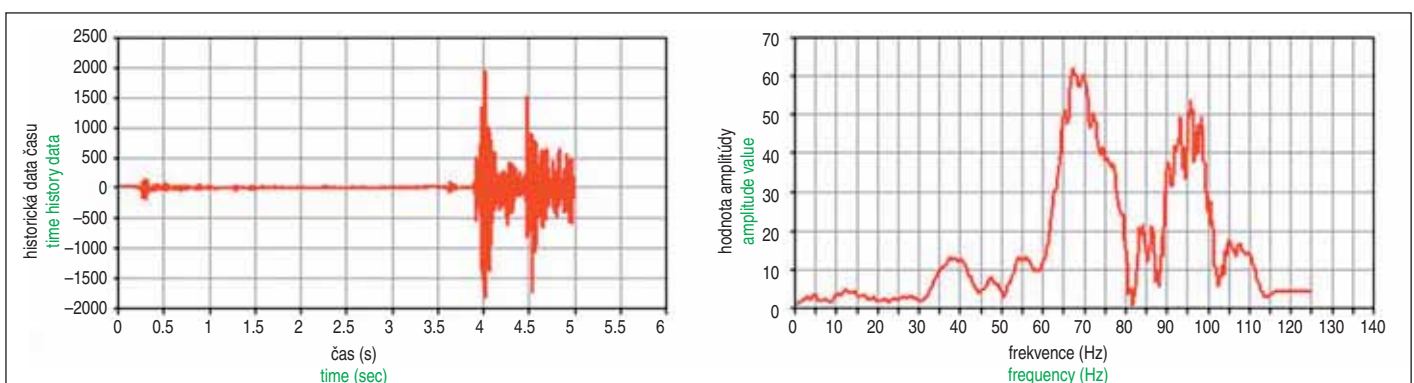
$h$  = variable thickness (0.3–1.121m),  
 $\rho$  = unit weight of the secondary lining (2.5t/m<sup>3</sup>),  
 $\mu$  = Poisson number (0.2),



Obr. 6 Zrýchlenie ( $m/s^2$ ) v smere X a spektrálne zrýchlenie ( $m/s^2$ ) v smere X získané pomocou Fourierovej transformácie (0% útlm) v programe MIDAS CIVIL  
 Fig. 6 Acceleration ( $m/s^2$ ) in the X direction and spectral acceleration ( $m/s^2$ ) in the X direction obtained using the Fourier transform (0% attenuation) in the MIDAS CIVIL program



Obr. 7 Zrýchlenie ( $m/s^2$ ) v smere Y a spektrálne zrýchlenie ( $m/s^2$ ) v smere X získané pomocou Fourierovej transformácie (0% útlm) v programe MIDAS CIVIL  
 Fig. 7 Acceleration ( $m/s^2$ ) in the Y direction and spectral acceleration ( $m/s^2$ ) in the X direction obtained using the Fourier transform (0% attenuation) in the MIDAS CIVIL program



Obr. 8 Zrýchlenie ( $m/s^2$ ) v smere Z a spektrálne zrýchlenie ( $m/s^2$ ) v smere X získané pomocou Fourierovej transformácie (0% útlm) v programe MIDAS CIVIL  
 Fig. 8 Acceleration ( $m/s^2$ ) in the Z direction and spectral acceleration ( $m/s^2$ ) in the X direction obtained using Fourier transform (0% damping) in the MIDAS CIVIL program

$\rho$  = objemová hmotnosť sekundárneho ostenia ( $2,5 \text{ t/m}^3$ ),

$\mu$  = Poissonovo číslo (0,2),

$E$  = modul pružnosti materiálu ostenia ( $3,283 \text{E}^7 \text{ kPa}$ ),

$k_z$  = modul reakcie prostredia pre obor seizmických pretvorení v rovnomernom tlaku ( $560 \text{E}^3 \text{ kN/m}^3$ ),

$k_{xy}$  = modul reakcie prostredia pre obor seizmických pretvorení v šmyku ( $0,5 k_z = 280 \text{E}^3 \text{ kN/m}^3$ ) [3], obr. 5.

Na základe dát zachytených pomocou geofónov a následne vyhodnotených a spracovaných pomocou Fourierovej transformácie bolo možné určiť vlastné tvary a k nim prislúchajúce vlastné frekvencie (obr. 6–8).

V tabuľke 1 je zhrnutie týchto meraní a smerových výpočtov. Obr. 9 a 10 predstavujú výstupy z výpočtu s viditeľným vplyvom seizmického zaťaženia, zhodnoteného na základe meraní indukovanej seizmicity.

V tabuľke 2 je sumarizácia vypočítaných hodnôt, ktoré boli výsledkom posúdenia sekundárneho ostenia pomocou programu MIDAS CIVIL. Tento prepočet už prebehol na reálne nameraných a analyzovaných dátach seizmického zrýchlenia. Obr. 9 a 10 zobrazujú hlavné namáhanie sekundárneho ostenia.

## ZÁVER

V článku sú spomenuté matematické metódy, prostredníctvom ktorých je možné numericky vyhodnotiť a následne popísať javy spojené so seizmickou udalosťou. Je použitý konceptuálny model tunelového ostenia s tuhosťami podložia, ktoré približne zodpovedajú spektrálnej analýze nameraného akceleroqramu získaného pri razení tunela.

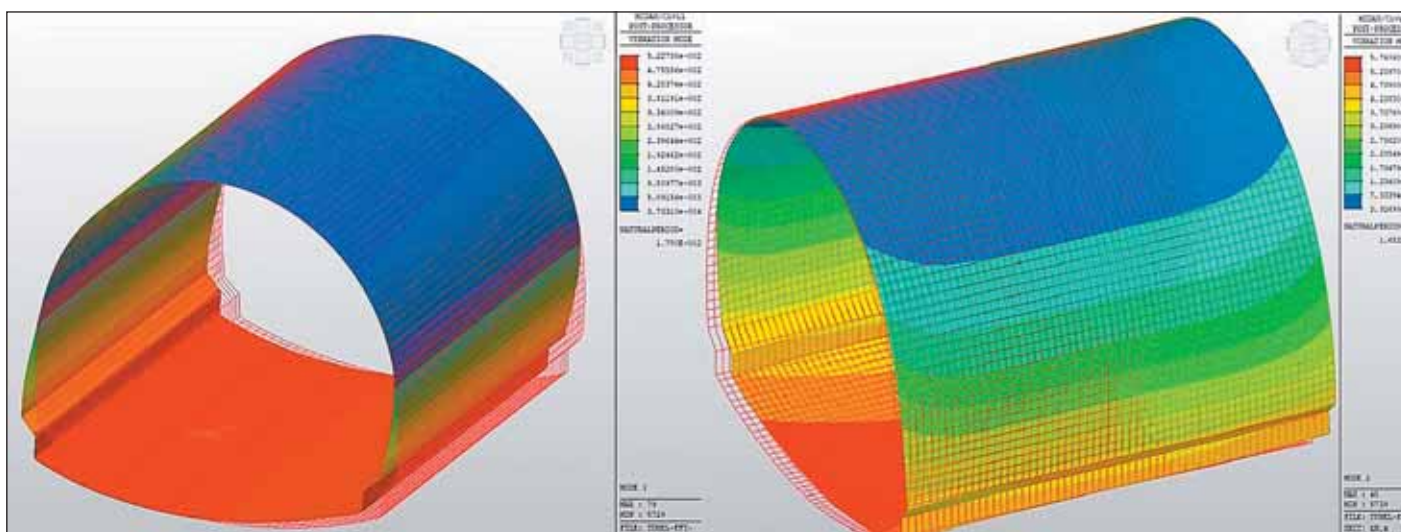
Z výpočtu vlastného kmitania, kde dopočítanými veličinami sú modálne hmoty, je možné predpokladať významné kmitanie sekundárneho ostenia v priečnom smere takzvaným ovalovaním, ktoré v tomto použitom príklade pohlcuje až 71% percent uvoľnenej kinetickej energie v priečnom smere dilatáčného celku (v smere Y).

S ovalovaním sekundárneho ostenia tunela významne súvisí štvrtý vlastný tvar, ktorý pohlcuje 42.5 % uvoľnenej energie kinetickej energie v zvislom smere (v smere Z). Druhý a tretí vlastný tvar súvisia s rotačným kmitaním dilatáčného bloku ako

Tab. 1 Vlastné frekvencie vypočítané metódou iterácie podpriestoru v programe MIDAS CIVIL

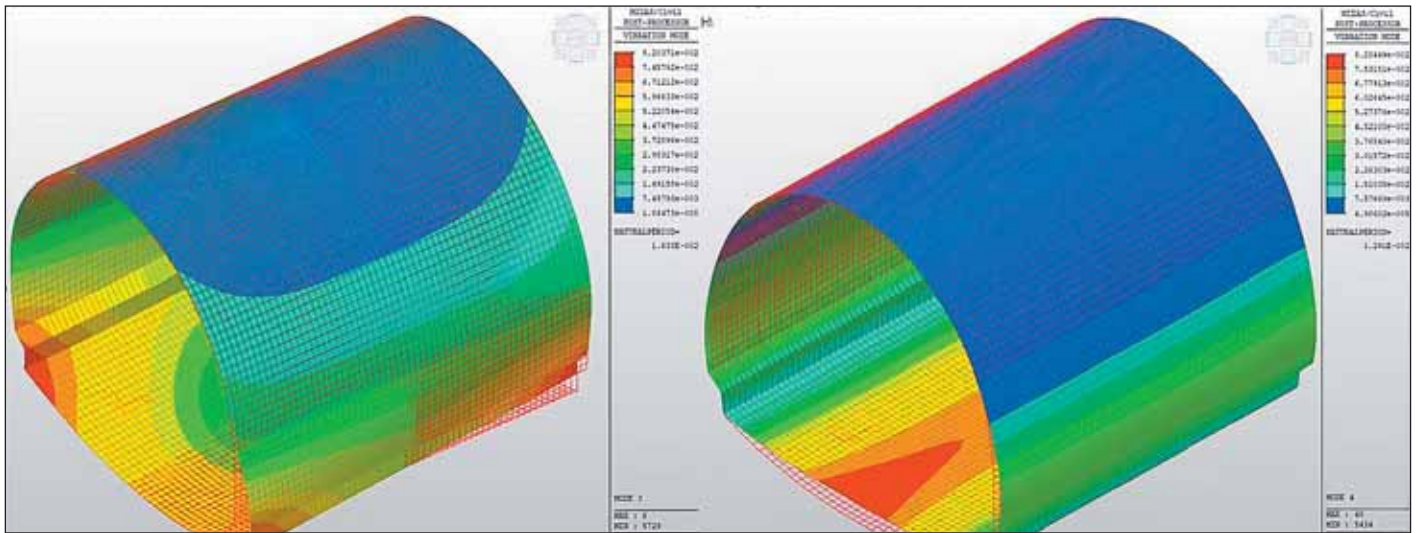
Tab. 1 Natural frequencies calculated by the subspace iteration method in the MIDAS CIVIL program

Vlastný tvar č. Eigenform no.	Vlastná kruhová frekvencia (rad/s) Angular frequency (rad/s)	Vlastná frekvencia (Hz) Natural frequency (Hz)	Perioda vlastného kmitu (s) Eigenperiod (s)
1	353.0	56.2	1.78E-02
2	373.6	59.5	1.68E-02
3	384.7	61.2	1.63E-02
4	486.8	77.5	1.29E-02
5	498.6	79.4	1.26E-02
6	547.6	87.2	1.15E-02
7	557.6	88.7	1.13E-02
8	569.8	90.7	1.10E-02
9	605.9	96.4	1.04E-02
10	610.8	97.2	1.03E-02
11	614.9	97.9	1.02E-02
12	616.1	98.1	1.02E-02
13	628.4	100.0	1.00E-02
14	646.5	102.9	9.72E-03
15	663.6	105.6	9.47E-03
16	665.1	105.9	9.45E-03
17	684.8	109.0	9.18E-03
18	707.0	112.5	8.89E-03
19	709.0	112.8	8.86E-03
20	722.0	114.9	8.70E-03
21	723.9	115.2	8.68E-03
22	725.4	115.4	8.66E-03
23	746.3	118.8	8.42E-03
24	768.7	122.3	8.17E-03
25	769.8	122.5	8.16E-03
26	793.7	126.3	7.92E-03
27	796.2	126.7	7.89E-03
28	799.1	127.2	7.86E-03
29	820.5	130.6	7.66E-03
30	844.7	134.4	7.44E-03



Obr. 9 Vľavo – vlastný tvar (56,2 Hz), ovalovanie sekundárneho ostenia vypočítané metódou iterácie podpriestoru, vpravo – vlastný tvar (59,5 Hz), rotačné kmitanie sekundárneho ostenia ako celku okolo Y vypočítané metódou iterácie podpriestoru

Fig. 9 Left – eigenform (56.2 Hz), ovalization of the secondary lining calculated by the subspace iteration method, right – eigenform (59.5 Hz), rotational oscillation of the secondary lining as a whole around Y calculated by the subspace iteration method



Obr. 10 Vľavo – vlastný tvar (61,2 Hz), rotačné kmitanie sekundárneho ostenia ako celku okolo Z vypočítané metódou iterácie podpriestoru, vpravo – vlastný tvar (77,5 Hz), ovalovanie sekundárneho ostenia vypočítané metódou iterácie podpriestoru

Fig. 10 Left – eigenform (61.2Hz), rotational oscillation of the secondary lining as a whole around Z calculated by the subspace iteration method, right – eigenform (77.5Hz), ovalization of the secondary lining calculated by the subspace iteration method

Tab. 2 Modálne hmoty v relatívnej mierke, vypočítané metódou iterácie podpriestoru v programe MIDAS CIVIL

Tab. 2 Modal masses in relative scale, calculated by the subspace iteration method in the MIDAS CIVIL program

Vlastný tvar č. Eigenform no.	Modálna hmota v smere X (%) Modal mass in the X direction (%)	Modálna hmota v smere Y (%) Modal mass in Y direction (%)	Modálna hmota v smere Z (%) Modal mass in Z direction (%)	Modálna hmota okolo X (%) Modal mass around X (%)	Modálna hmota okolo Y (%) Modal mass around Y (%)	Modálna hmota okolo Z (%) Modal mass around Z (%)
1	0	70.99	0	9.83	0	0
2	77.3	0	0	0	16.32	0
3	0	0	0	0	0	77.11
4	0	0	42.52	0	0	0
5	3.65	0	0	0	24.89	0
6	0	1.95	0	24.9	0	0
7	0	0	0.21	0	0	0
8	0	0	0	0	0	9.76
9	0	26.62	0	43.77	0	0
10	0	0	24.92	0	0	0
11	11.02	0	0	0	38.73	0
12	0	0	0	0	0	6.27
13	0	0	0	0.06	0	0
14	6.95	0	0	0	8.51	0
15	0	0	0	0	0	5.39
16	0	0.15	0	14.97	0	0
17	0.07	0	14.31	0	2.27	0
18	0.11	0	9.19	0	3.03	0
19	0	0.01	0.01	0.01	0	0
20	0	0.22	0	4.13	0	0
21	0	0	0	0	0	0.48
22	0	0	0	0	0	0.04
23	0.03	0	0	0	0.4	0
24	0	0	0	0	0	0.45
25	0	0	0	0.02	0	0
26	0	0.02	0	0.08	0	0
27	0	0	0	0	0	0.17
28	0	0.01	0	0.22	0	0
29	0	0	0	0	0	0.07
30	0	0	0	0	0.01	0
Súčet	99.13	99.94	91.16	97.69	94.15	99.5

$E$  = modulus of elasticity of the lining material (3.283E7kPa),

$k_z$  = modulus of subgrade reaction for the domain of seismic deformation in uniform pressure (560E3 kN/m<sup>3</sup>),

$k_{xy}$  = modulus of subgrade reaction for the domain of seismic deformations in shear ( $0.5 k_z = 280E3$ kN/m<sup>3</sup>) [3], Fig. 5.

On the basis of the data recorded by geophones and subsequently evaluated and processed using the Fourier transform, it was possible to determine the eigenforms and the corresponding natural frequencies (Figs. 6–8).

Table 1 summarizes these measurements and directional calculations. The Fig. 9 and 10 represent the outputs of the calculation with the visible influence of the seismic load, evaluated on the basis of measurements of induced seismicity.

Table 2 summarizes the calculated values that resulted from the assessment of the secondary lining using the MIDAS CIVIL program. This recalculation has already been carried out with using insitu measured and analyzed seismic acceleration data. Fig. 9 and 10 show the principal stresses of the secondary lining.

## CONCLUSION

The article mentions mathematical methods through which it is possible to numerically evaluate and then describe the phenomena associated with a seismic event. A conceptual model of the tunnel lining is used with subgrade stiffnesses that approximately correspond to the spectral analysis of the measured accelerogram obtained during tunnel excavation.

From the calculation of self-oscillation, where the calculated quantities are modal masses, it is possible to assume a significant oscillation of the secondary lining in the transverse direction by the so-called ovaling, which in this used example absorbs up to 71% of the released kinetic energy in the transverse direction of the dilation unit (in the Y direction).

celku a nemajú za následok ohybové namáhanie sekundárneho ostenia.

Základná frekvencia modelovaného sekundárneho tunelového ostenia je 56,2 Hz.

Pri výpočtoch účinkov prírodnej seizmicity je v slovenských, a tiež aj v zahraničných technických normách (STN EN 1998-1, STN 730036, DIN 4149, ASCE 7-16, SNIP 7/81), potrebné uvážiť vlastné tvary s frekvenciou nižšou ako 33 Hz a súčasne zohľadniť tie vlastné tvary, ktoré v celku pohlcujú minimálne 90 % uvoľnenej kinetickej energie. Z vlastných tvarov je možné určiť iba tvar deformácie. Veľkosť deformácie je tu určená množstvom uvoľnenej energie, ktoré je v technických normách pre prírodnú seizmicitu vyčíslené takzvaným špičkovým zrýchlením. Špičkové zrýchlenie je určené predovšetkým lokalitou prírodnej seizmickej udalosti, typom podložia a spektrom odozvy. Pri výpočte zotrvačných síl, ktoré spôsobujú namáhanie konštrukcie, sa tu vypočítajú statické zaťažovacie stavy, ktoré sa kombinujú pomocou SRSS (Square Root Sum of the Squares), alebo CQC (Complete Quadratic Combination) metód. S takouto „kombináciou“ od jednotlivých významných vlastných tvarov sa v statickom posudku narába ako s mimoriadnym zaťažovacím stavom. V tomto použitom príklade by pri prírodnej seizmickej udalosti zotrvačné sily nevznikli z dôvodu dostatočnej tuhosti konštrukcie, keďže  $56,2 \text{ Hz} > 33 \text{ Hz}$ , čo je zabezpečené dostatočnou tuhosťou podložia, tvarom konštrukcie, hrúbkou ostenia a kvalitou použitého materiálu.

Spoločnosť Amberg Engineering Slovakia, s.r.o. sa momentálne podieľa na vypracovaní dokumentácií na vykonania prác troch tunelov, a to Višňové, Okruhliak na Slovensku a Homole v Českej republike. Poznatky z realizácie razenia a rozpojovania horninového masívu trhavinami u jednotlivých tunelov boli podkladom k teoretickým úvahám a prvým záverom, ktoré sú publikované v tomto článku.

Vzhľadom na aktuálnosť tejto problematiky prebiehajú samozrejme ďalšie merania, ktoré by mali dopomôcť k možnosti vytvárania konkrétnych akcelerogramov, ktoré by prispeli k spätným analýzám už postavených stavieb a dokázali by presnejšie popisovať dynamickú odozvu aj novoproyektovaných. V spojení s Prírodovedeckou fakultou Univerzity Komenského a Ústavom vied o Zemi SAV, a ich oddelením seizmológie, je cieľom autorov prispieť k lepšiemu pochopeniu správania sa konštrukcií počas dynamických účinkov a jeho vplyvu na ich celkovú stabilitu.

*Dipl.-Ing. JURAJ ORTUTA, jortuta@amberg.sk,  
Ing. JOZEF ŠIMIČEK, PhD., jsimicek@amberg.sk,*

*Amberg Engineering Slovakia, s.r.o.;*  
*doc. RNDr. Ing. RENÉ PUTIŠKA, PhD.,*  
*rene.putiska@uniba.sk,*

*RNDr. Ing. BIBIANA BRIXOVÁ, PhD.,*  
*bibiana.brixova@uniba.sk,*

*Prírodovedecká Fakulta Univerzity Komenského v Bratislave*

Recenzoval *Reviewed by:* Ing. Ján Kušník

The fourth eigenform is significantly related to the ovalization of the secondary lining of the tunnel, which absorbs 42.5% of the released kinetic energy in the vertical direction (in the Z direction). The second and third eigenforms are related to the rotational oscillation of the expansion block as a whole and do not result in bending stress of the secondary lining.

The fundamental frequency of the modeled secondary tunnel lining is 56.2Hz.

When calculating the effects of natural seismicity, it is necessary to consider eigenforms with a frequency lower than 33Hz and at the same time take into account those eigenforms that in total absorb at least 90% of the released kinetic energy. Only the shape of the deformation can be determined from the eigenforms. The size of the deformation here is determined by the amount of energy released, which is quantified in the technical standards for natural seismicity by the so-called peak acceleration. The peak acceleration is primarily determined by the location of the natural seismic event, the type of subsoil and the response spectrum. When calculating the inertial forces that cause stress on the structure, static loading is calculated here, which is combined using the SRSS (Square Root Sum of the Squares) or CQC (Complete Quadratic Combination) methods. Such a “combination” of individual significant eigenforms is treated as an extraordinary load condition in the static assessment. In the example used, inertial forces would not arise during a natural seismic event due to the sufficient stiffness of the structure, since  $56.2\text{Hz} > 33\text{Hz}$ , which is ensured by the sufficient stiffness of the subsoil, the shape of the structure, the thickness of the lining and the quality of the material used.

The company Amberg Engineering Slovakia, s.r.o. is currently participating in the development of detailed documentation for construction of three tunnels, namely Višňové, Okruhliak in Slovakia and Homole in the Czech Republic. Knowledge from the excavation and rock mass disintegration with explosives in the individual tunnels was the basis for the theoretical considerations and the first conclusions that are published in this article.

Due to the topicality of this issue, of course, further measurements are underway, which should help to create specific accelerograms, which would contribute to retrospective analyzes of already built structures and would be able to more accurately describe the dynamic response of newly designed ones as well. In conjunction with the Faculty of Natural Sciences of the Comenius University and the Institute of Earth Sciences of the SAS, and their department of seismology, the authors would like to contribute to a better understanding of the behavior of structures loaded by dynamic effects and their influence on the overall stability.

*Dipl.-Ing. JURAJ ORTUTA, jortuta@amberg.sk,  
Ing. JOZEF ŠIMIČEK, PhD., jsimicek@amberg.sk,*

*Amberg Engineering Slovakia, s.r.o.;*  
*doc. RNDr. Ing. RENÉ PUTIŠKA, PhD.,*  
*rene.putiska@uniba.sk,*

*RNDr. Ing. BIBIANA BRIXOVÁ, PhD.,*  
*bibiana.brixova@uniba.sk,*

*Prírodovedecká Fakulta Univerzity Komenského v Bratislave*

## LITERATURA / REFERENCES

- [1] BUBENÍK, F.; PULAR, M. a PULTAROVÁ, I. *Matematické vzorce a metody*. Praha, 2001.
- [2] BAREŠ, A. *Tabulky pro výpočet desek a stěn*. Praha, 1989.
- [3] KRIŠTOFOVIČ, V. *Dynamika stavebných konštrukcií*. Bratislava, 1988.