

STANOVENÍ VAROVNÝCH STAVŮ PRO OSTĚNÍ TUNELŮ ZE STŘÍKANÉHO BETONU V PRVNÍCH 28 DNECH VÝPOČTEM

DETERMINATION OF WARNING LEVELS FOR SHOTCRETE TUNNEL LINING IN THE FIRST 28 DAYS BY CALCULATION

JAROMÍR ZLÁMAL

ABSTRAKT

Součástí výstavby podzemních staveb je mimo jiné rovněž geotechnický monitoring. V projektové dokumentaci je obvykle uveden rozsah a náplň monitoringu, dále jsou stanoveny varovné stavy a projektant určí zónu ovlivnění a zónu sledování. Zemina nebo hornina v okolí podzemní stavby není ani homogenní ani izotropní. Do výpočtů pro stanovení mezních stavů únosnosti definovaných deformačními úvahami vstupují přetvárné charakteristiky horninového prostředí, reprezentované modulem pružnosti E , Poissonovým číslem ν a smykovým modulem G a rovněž přetvárné charakteristiky ostění podzemní stavby. Článek se zaměřuje na ostění ze stříkaného betonu v prvních 28 dnech po jeho instalaci. Modul pružnosti E , Poissonovo číslo ν a smykový modul G se v prvních 28 dnech mění, a tím se mění i mezní stavy. Článek popisuje na příkladu tunelu Hřebeč návrh metody jak v průběhu tuhnutí betonu (28 dní) stanovit mezní stav deformace a odtud pak navrhnout bezpečně varovné stavy. Využívá se numerické modelování obecnou polygonální metodou (OPM) vycházející z deformační metody.

ABSTRACT

Geotechnical monitoring is part of the construction of underground structures, among other things. In the project documentation, the scope and contents of the monitoring are usually stated, warning levels are also established, and the designer determines the zone of influence and the monitoring zone. The soil or rock around an underground structure is neither homogeneous nor isotropic. The deformation characteristics of the rock environment, represented by the modulus of elasticity E , Poisson's number ν and the shear modulus G , as well as the deformation characteristics of the lining of the underground structure, enter into the calculations for determining the ultimate limit states and calculations defined by deformation considerations. The article focuses on shotcrete lining in the first 28 days after its installation. The modulus of elasticity E , Poisson's number ν and shear modulus G change in the first 28 days, and thus the limit states also change. Using the example of the Hřebeč tunnel, the article describes a method proposal to determine the limit state of deformation during concrete hardening (28 days) and to design safe warning levels. Numerical modeling by the general bedded-beam-spring method (OPM), based on the deformation method, is used.

1. ÚVOD

Masiv obklopující podzemní stavbu je tvořen zeminovým nebo horninovým prostředím, které není ani homogenní, ani izotropní a jehož přetváření je výrazně ovlivněno také faktorem času. Proto se v oborech, nazývaných aplikovaná geologie, inženýrská geologie a geotechnika, uplatnily různé metody laboratorních a polních zkoušek, jimiž se přetvárné charakteristiky tohoto prostředí vyšetřují.

Součástí každé výstavby podzemních staveb je geotechnický monitoring sestávající z na sebe navazujících činností, které jsou podkladem pro užití třídy vystrojení. Postup monitoringu upřesňují např. *Technické podmínky – Geotechnický monitoring tunelů pozemních komunikací TP 237*.

Při konvenčním tunelování se využívá observační metoda, sledující chování horninového masivu, na jejímž základě lze upravovat postup výstavby. V prvních 28 dnech se navíc mění přetvárné charakteristiky stříkaného betonu, postup výstavby se tedy podle výsledků monitoringu upravuje.

2. VAROVNÉ STAVY OSTĚNÍ ZE STŘÍKANÉHO BETONU

Rychlé vyhodnocení výsledků měření vyžadují předem stanovené varovné stavy, jako důležitý nástroj monitoringu. Výsledná opatření přijatá při návrhu technologických postupů mají za cíl dodržet technické, kvalitativní, ekonomické a bezpečnostní parametry projektu [1].

1. INTRODUCTION

The massif surrounding the underground structure is made of a soil or rock environment that is neither homogeneous nor isotropic and whose deformation is also significantly influenced by the time factor. Therefore, in the fields called applied geology, engineering geology and geotechnics, various methods of laboratory and field tests have been applied to investigate the deformation characteristics of this environment.

Geotechnical monitoring is part of every underground construction, and is consisting of consecutive activities, which are the basis for the use of the tunnel support class. The monitoring procedure is specified in e.g. *Technical specifications – Geotechnical monitoring of road tunnels TP 237*.

In conventional tunneling, the observation method is used, monitoring the behavior of the rock massif, on the basis of which the construction procedure can be adjusted. In addition, during the first 28 days, the deformation characteristics of the sprayed concrete change, so the construction process is adjusted according to the results of the monitoring.

2. WARNING LEVELS OF SHOTCRETE LINING

Quick evaluation of measurement results requires predetermined warning levels, as an important monitoring tool. The resulting measures taken during the design of tunneling sequences aim

Varovný stav při sledování chování ostění tunelu a horninového masivu v okolí tunelu se popisuje jako změna v chování systému, která je hodnocena jako zásadní zvýšení úrovně podstupovaného rizika. V souvislosti s varovnými stavy jsou definovány tyto pojmy:

- stupeň varovného stavu,
- kritérium varovného stavu.

Stupeň (úroveň) varovného stavu je určitý stav v chování horninového masivu anebo stavební konstrukce, který má vztah k cíli monitoringu, určité definované úrovni rizika a je spojen s přijetím určitých opatření. Čím vyšší je stupeň varovného stavu, tím větší je podstupované riziko. To znamená, že horninový masiv či sledovaná stavební konstrukce má blíže ke ztrátě stability nebo k jinému v projektu definovanému nežádoucímu stavu. V průběhu výstavby se definice jednotlivých stupňů varovných stavů upřeshňují na základě souhrnného průběžného hodnocení poznatků získávaných monitoringem.

Kritéria pro varovné stavy se stanovují pouze pro nejdůležitější sledované veličiny, jejichž vývoj je pro posouzení žádoucího chování sledovaného systému nejvýznamnější. Zpravidla jde o finální (celkové) velikosti svislých a vodorovných posuvů měřických bodů na primárním ostění (konvergenční měření) a veličiny ukazující průběh poklesové kotliny na povrchu terénu a dále o velikosti posuvů staticky důležitých stavebních prvků objektů nadzemní zástavby nad raženým tunelem. Pro kritéria varovných stavů se obvykle používají:

- absolutní hodnoty sledovaných veličin;
- vývoj hodnot sledovaných veličin v čase.

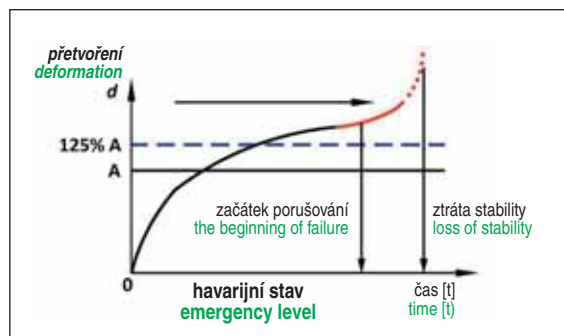
Pro měření veličiny se doporučuje stanovit nanejvýš pět úrovní stupňů varovných stavů (obr. 1):

- stav vysoké míry bezpečnosti;
- stav přípustných změn;
- stav mezní přijatelnosti;
- kritický stav;
- havarijný stav.

3. HAVARIJNÍ STAV

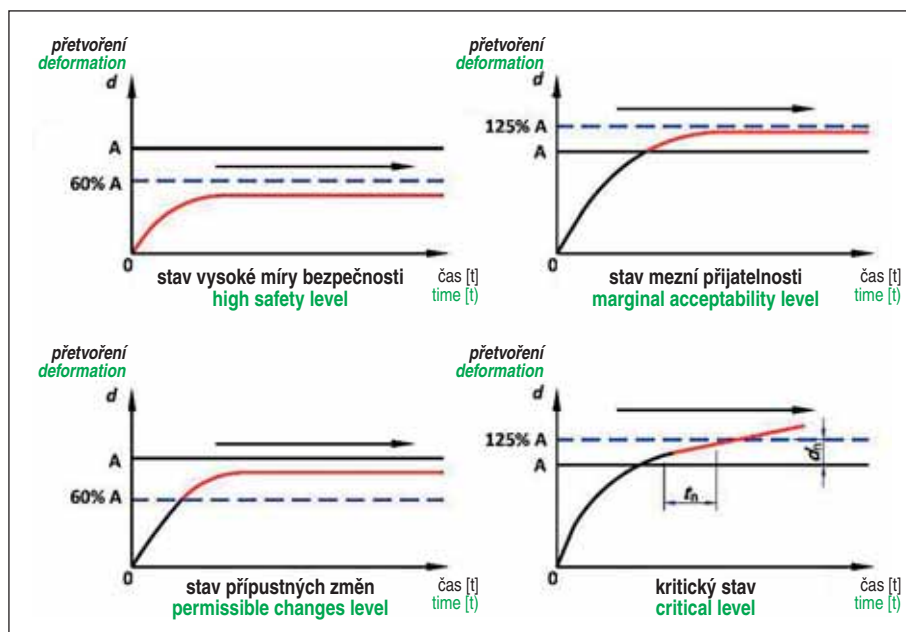
Když měřené veličiny začínají výrazně růst, nebo když nastala mimořádná situace, pak se tento stav nazývá havarijný:

- velikosti sledovaných hodnot vykazují zřetelné zrychlování (obr. 2);



Obr. 2 Havarijný stav [1]

Fig. 2 Level of emergency [1]



Obr. 1 Charakteristiky varovných stavů červeně – průběh deformace, modře – míra varovného stavu [1]
Fig. 1 Characteristics of warning levels, in red – course of deformation, in blue – warning level [1]

to comply with the technical, qualitative, economic and safety parameters of the project [1].

A warning level when monitoring the behavior of the tunnel lining and the rock massif around the tunnel is described as a change in the behavior of the system, which is assessed as a fundamental increase in the level of risk undertaken. The following terms are defined in connection with warning levels:

- warning level,
- warning level criterion.

The degree (level) of the warning level is a certain degree in the behavior of the rock massif or the civil engineering structure, which is related to the goal of monitoring, a certain defined level of risk and is associated with the adoption of certain measures. The higher the level of warning, the greater the risk. This means that the rock massif or the monitored structure is closer to a loss of stability or to another undesirable condition defined in the project. In the course of construction, the definitions of individual warning levels are refined on the basis of a comprehensive continuous evaluation of knowledge obtained through monitoring.

Criteria for warning levels are set only for the most important monitored variables, the development of which is the most significant for assessing the desired behavior of the monitored system. As a rule, these are the final (total) magnitudes of the vertical and horizontal displacements of the measuring nodes on the primary lining (convergence measurement) and quantities showing the course of the settlement trough on the terrain surface, as well as the magnitudes of the displacements of statically important structure elements of the above-ground construction objects above the excavated tunnel. The criteria for warning levels are usually:

- absolute values of monitored quantities;
- development rate of the values of monitored variables over time.

It is recommended to set a maximum of five warning levels for measured quantities (Fig. 1):

- high safety level;
- permissible changes level;

- sledované hodnoty výrazným způsobem překročily stanovenou hodnotu a sledované veličiny předpokládané pro danou fázi výstavby překonaly hodnotu druhého mezního stavu podle Eurokódu 7 pro dotčenou stavební konstrukci.

Na základě monitoringu jsou přijímána opatření tak, aby byla zajištěna bezpečnost a ekonomické řešení vzniklé situace. Přijímaná opatření mají zamezit vzniku mimořádné události s prioritním důrazem na ochranu života pracovníků. Dále mají minimalizovat možné škody na hmotném majetku a umožnit úspěšné zmaňání případné ztráty stability systému ostění – hornina.

4. VÝPOČET MEZNÍCH STAVŮ ÚNOSNOSTI A DEFORMACE

Při statických výpočtech ostění tunelů budovaných Novou rakouskou tunelovací metodou (NRTM) se navrhuje stanovit bezpečnost projektované konstrukce výpočtem vnitřních sil obecnou polygonální metodou (dále jen OPM) [2], kdy ostění je zatíženo jednotkovým zatížením a zjištěné vnitřní síly (M , N a V – momenty, normálové síly a posouvající/smykové síly) jsou vyhodnoceny v interakčním diagramu (ID) [3]. Z tohoto vyhodnocení se dále zjistí míra využití posuzovaného průřezu [4, 5].

Zatížení v bodech i a j vyvolá statické veličiny M_i , N_i , V_i a M_j , N_j , V_j a vypočtené vnitřní síly v ostění pro body i a j jsou popsány rovnicemi

$$p_i(t) = f(M_i, N_i, V_i), \quad (1)$$

$$p_j(t) = f(M_j, N_j, V_j), \quad (2)$$

pak mezní únosnosti tunelového ostění odpovídají statické veličiny M_{ui} , N_{ui} , V_{ui} , nebo M_{uj} , N_{uj} , V_{uj} , tedy zjednodušený zápis je

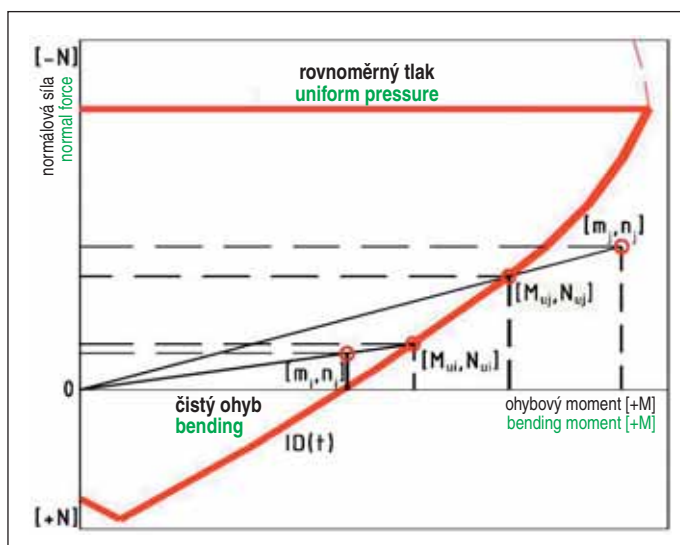
$$p_{ui}(t) = f(A_b, A_s, f_{ck}(t), f_y) = f(M_{ui}, N_{ui}, V_{ui}) \quad (3)$$

a také

$$p_{uj}(t) = f(A_b, A_s, f_{ck}(t), f_y) = f(M_{uj}, N_{uj}, V_{uj}), \quad (4)$$

kde A_b je plocha účinného betonu, $f_{ck}(t)$ je pevnost betonu, A_s je plocha účinné výztuže, f_y je mez kluzu oceli.

Mezní únosnost tunelového ostění je pak určena jako $p_{ui}(t)$, a zatížení tunelového ostění je $p_i(t)$, kde při splnění podmínky platí



Obr. 3 Interakční diagram – mezní únosnost a skutečné zatížení tunelového ostění [5]

Fig. 3 Interaction diagram – strength limit and actual load of the tunnel lining [5]

- marginal acceptability level;
- critical level;
- emergency level.

3. EMERGENCY LEVEL

When the measured values start to increase significantly, or when an emergency situation has occurred, then this is described by the emergency level:

- the magnitudes of the monitored values show a clear acceleration (Fig. 2);
- the observed values significantly exceeded the limit magnitude and the observed values predicted for the given construction phase exceeded the magnitude of the second limit state according to Eurocode 7 for the given structure.

On the basis of monitoring, measures are taken to ensure safety and an economic solution to the situation. The measures taken are intended to prevent the occurrence of an emergency state with a priority emphasis on protecting the lives of workers. They are also intended to minimize possible damage to property and enable successful recovery of any stability loss of the ground-lining system.

4. CALCULATION OF ULTIMATE AND SERVICEABILITY LIMIT STATES

In the static calculations of the lining of tunnels built by the New Austrian Tunneling Method (NRTM), it is proposed to determine the safety of the designed structure by calculating the internal forces using the general bedded-beam-spring method (hereinafter referred to as OPM) [2], when the lining is loaded with a unit load and the determined internal forces (M , N and V – moments, normal forces and shear/shear forces) are evaluated in an interaction diagram (ID) [3]. From this evaluation, the utilization degree of the cross-section under consideration is also determined [4, 5].

The loads at node

s i and j induce the static quantities M_i , N_i , V_i and M_j , N_j , V_j and the calculated internal forces in the lining for nodes i and j are described by the equations

$$p_i(t) = f(M_i, N_i, V_i), \quad (1)$$

$$p_j(t) = f(M_j, N_j, V_j), \quad (2)$$

then the strength limit of the tunnel lining corresponds to the static quantities M_{ui} , N_{ui} , V_{ui} , or M_{uj} , N_{uj} , V_{uj} i.e. the simplified notation is

$$p_{ui}(t) = f(A_b, A_s, f_{ck}(t), f_y) = f(M_{ui}, N_{ui}, V_{ui}) \quad (3)$$

and also

$$p_{uj}(t) = f(A_b, A_s, f_{ck}(t), f_y) = f(M_{uj}, N_{uj}, V_{uj}), \quad (4)$$

where A_b is the effective area of concrete, $f_{ck}(t)$ is the strength of concrete, A_s is the effective area of reinforcement, f_y is the yield strength of steel.

The ultimate resistance of the tunnel lining is then determined as $p_j(t)$, and the load on the tunnel lining is $p_{ui}(t)$, where if the condition is fulfilled

$$p_i(t) < p_{ui}(t), \quad (5)$$

then the structure is verified.

$$p_i(t) < p_{ui}(t), \quad (5)$$

pak konstrukce vyhoví.

Stejně je určena mezní únosnost tunelového ostění v bodě j jako $p_{uj}(t)$, a zatížení tunelového ostění je $p_j(t)$, kde při platnosti vztahu platí

$$p_j(t) > p_{uj}(t), \quad (6)$$

pak konstrukce nevyhoví, a musí se hledat řešení vyhovující rovnici (5). Uvedené rovnice vyjadřují zjednodušeně princip Mencilových mezí [7].

Pro výrazy zavedené rovnicemi (1) až (6) platí následující vyhodnocení koeficientu únosnosti ostění s_i . Hodnoty zatížení $p_i(t)$ uvedené v obr. 3 jako $[m_i, n_i]$, a únosnosti $p_{ui}(t)$ uvedené jako $[M_{ui}, N_{ui}]$, $p_j(t)$ uvedené jako $[m_j, n_j]$ a únosnosti $p_{uj}(t)$ uvedené jako $[M_{uj}, N_{uj}]$ se vyhodnotí jako únosnost tunelového ostění v bodech i a j (obr. 3).

Koeficient únosnosti pro bod i (resp. j) je s_i definován jako poměr $p_{ui}(t)$ a $p_i(t)$ nebo $p_{uj}(t)$ a $p_j(t)$

$$\frac{p_i(t)}{p_{ui}(t)} = s_i, \quad (7)$$

$$\frac{p_j(t)}{p_{uj}(t)} = s_j. \quad (8)$$

Je-li koeficient $s_i < 1$, ostění tunelu vyhoví na mezním stavu únosnosti (jednotkové zatížení).

Je-li koeficient $s_j > 1$, je překročena mez pevnosti a konstrukce lokálně na mezním stavu únosnosti nevyhoví (jednotkové zatížení).

Stejným způsobem se vyhodnotí koeficient s_i ve všech uzlech po obvodu ostění. Mezní únosnosti ostění je obvykle dosaženo pouze v jednom bodě ostění a posudek ostění je obvykle nutné doplnit o posouzení na mezní stav použitelnosti (deformace) a mezní stav trhlin. Metoda mezní únosnosti tunelového ostění stanoví určité kritické místo na celém obvodu ostění tunelu vypočtením hodnot s_i a následně stanoví mezní deformace Δx a Δy pro vybrané body na ostění tam, kde se bude provádět měření konvergence.

In the same way, the ultimate resistance of the tunnel lining at node j is determined as $p_{uj}(t)$, and the load on the tunnel lining is $p_j(t)$, where if the relation holds

$$p_j(t) > p_{uj}(t), \quad (6)$$

then the structure does not pass verification, and a solution satisfying equation (5) must be sought. The mentioned equations simply express the principle of Mencil limits [7].

For the expressions introduced by equations (1) to (6), the following evaluation of the resistance coefficient of the lining is valid. The load values $p_i(t)$ given in Fig. 3 as $[m_i, n_i]$, and the resistance $p_{ui}(t)$ given as $[M_{ui}, N_{ui}]$, $p_j(t)$ given as $[m_j, n_j]$ and the resistance $p_{uj}(t)$ given as $[M_{uj}, N_{uj}]$ is evaluated as the resistance of the tunnel lining at nodes i and j (Fig. 3).

The resistance for node i (or j) is defined as the ratio between $p_{ui}(t)$ and $p_i(t)$ or $p_{uj}(t)$ a $p_j(t)$

$$\frac{p_i(t)}{p_{ui}(t)} = s_i, \quad (7)$$

$$\frac{p_j(t)}{p_{uj}(t)} = s_j. \quad (8)$$

If the coefficient $s_i < 1$, the lining of the tunnel will comply with the ultimate limit state (unit load).

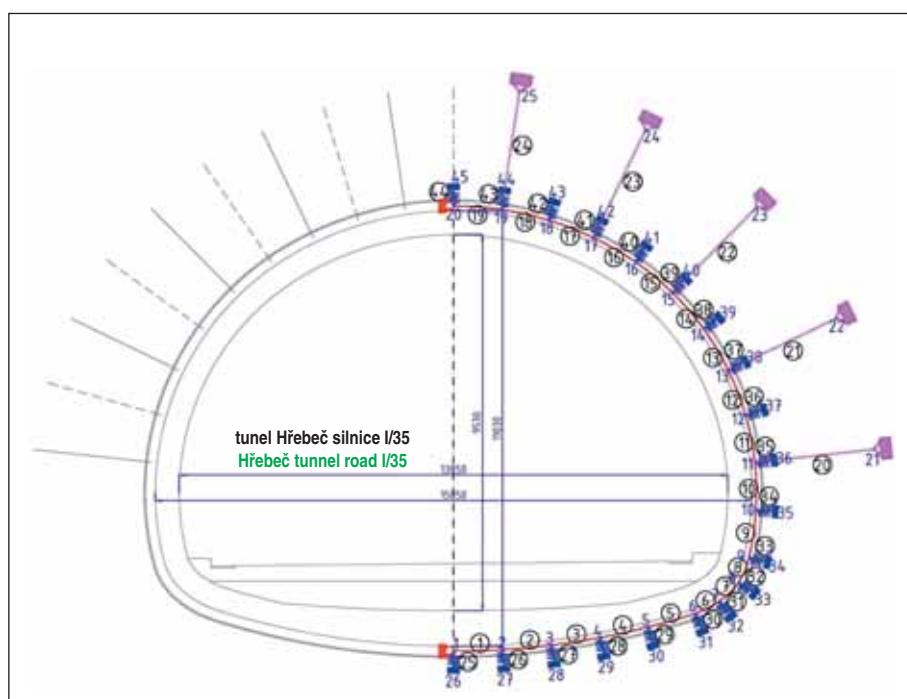
If the coefficient $s_j > 1$, the strength limit is exceeded and the structure will fail verification of the ultimate limit state (unit load).

The coefficient s_i is evaluated in the same way in all nodes along the perimeter of the lining. The strength limit of the lining is usually reached only at one node of the lining, and the assessment of the lining usually needs to be supplemented with an assessment of the serviceability limit state (deformation) and the crack limit state. The strength limit method of the tunnel lining determines a certain critical node on the entire perimeter of the tunnel lining by calculating the values of s_i and subsequently determines the limit deformations Δx and Δy for selected nodes on the lining where convergence measurements will be performed. Deformations are calculated for the entire construction period

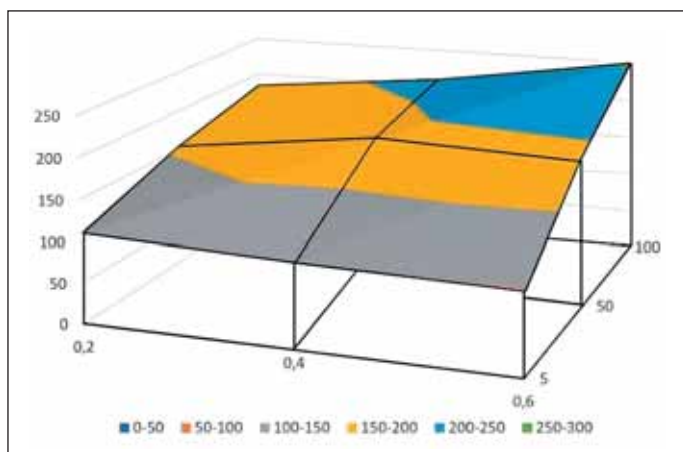
from the start of shotcrete application until its 28-day strength is reached. Limit deformations for 0.25; 0.5; 1; 5; 14; 28 days were calculated for the Hřebeč tunnel. The deformations are dependent on the modulus of the subgrade reaction, the ratio of horizontal to vertical loads, the strength of the concrete and the modulus of deformation. The subgrade reaction modulus k_{vyp} and the lateral pressure ratio p/q are considered constant in the calculation, R_{bt} and E_{bt} are time-varying. In this case, a function is written for the deformation of the vault

$$\Delta_y(t) = f\left(k_{vyp}; \frac{p}{q}; R_{bt}; E_{bt}\right). \quad (9)$$

The calculation results are shown in tab. 1. The ultimate resistance and ultimate deformation Δx and Δy in the period 0.25 to 28 days are given here. As the strength and modulus of deformation increase, the values of resistance capacity and ultimate deformation change. Determining discrete



Obr. 4 Statické schéma OPM (Tunel Hřebeč)
Fig. 4 OPM static diagram (Hřebeč Tunnel)



Obr. 5 Graf únosnosti ostění tunelu Hřebeč pro $k_{vyp} = 5, 50, 100 \text{ MNm}^{-3}$ a pro $p/q = 0,2; 0,4; 0,6$

Fig. 5 Graph of the resistance of the lining of the Hřebeč tunnel for $k_{vyp} = 5; 50; 100 \text{ MNm}^{-3}$ and for $p/q = 0,2; 0,4; 0,6$

Deformace jsou vypočteny pro celou dobu výstavby od zahájení nástřiku betonu až do dosažení jeho 28denní pevnosti. Pro tunel Hřebeč byly vypočteny mezní deformace pro 0,25; 0,5; 1; 5; 14; 28 dní. Deformace jsou závislé na modulu reakce podloží, poměru vodorovného ke svislému zatížení, pevnosti betonu a modulu deformace. Modul reakce podloží k_{vyp} a poměr bočního tlaku p/q je ve výpočtu uvažován jako konstantní, R_{bt} a E_{bt} jsou

values of limit deformations for monitored locations on the tunnel lining is not usual in static calculations performed by FEM for such a wide time spectrum (0,25; 0,5; 1; 5; 14; 28 days). Limit deformation values are usually given only for the 28th day from the start of concreting [6, 7].

5. VERIFICATION OF THE PRIMARY LINING OF THE HŘEBEČ TUNNEL

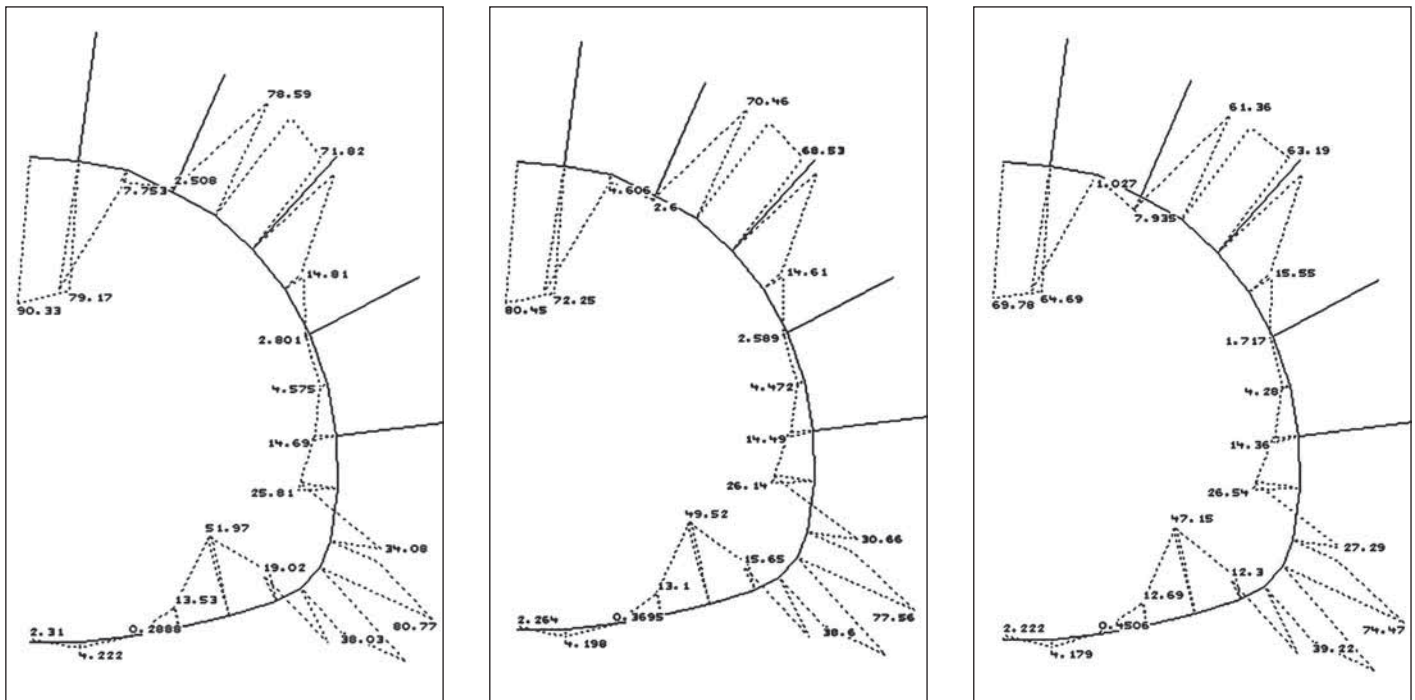
Calculation programs designed for calculating the internal forces of the tunnel lining using the bedded-beam-spring method solving the interaction of the tunnel with the ground by non-linear springs, replace the exact shape of the tunnel lining with a polygon of beams, the rock mass is modeled by a system of oscillating Winkler springs connected to the lining at the vertices of the polygon. The effect of the rock mass on the lining is modeled by the external active load acting at the vertices of the polygon. The calculation takes place in iteration cycles, in the first iteration cycle all Winkler springs modeling the rock are active. After the first iteration cycle, the tension springs are excluded and the calculation continues until all tension springs are excluded and all compression springs in function. This calculation model corresponds to the actual action of the geotechnical structure, the contact surface between the structure and the rock cannot transmit tension, the rock is detached from the structure. Winkler springs simulating rock are introduced into the calculation with unit area and unit length, and their stiffness is specified by the value of the modulus of elasticity E corresponding to the geotechnical

Tab. 1 Únosnost ostění tunelu Hřebeč pro $k_{vyp} = 5, 50, 100 \text{ MNm}^{-3}$ a pro $p/q = 0,2; 0,4; 0,6$

		$p/q = 0,2$				$p/q = 0,4$				$p/q = 0,6$			
		M [kNm]	N [kN]	V [kN]	q [kNm ⁻²]	M [kNm]	N [kN]	V [kN]	q [kNm ⁻²]	M [kNm]	N [kN]	V [kN]	q [kNm ⁻²]
5 [MNm ⁻³]	bok počva	112,97	477,44	50,01	106,60	119,86	510,51	43,79	102,60	128,06	545,33	38,16	98,23
	bok	52,11	373,02	24,19	215,50	41,45	370,67	6,16	270,20	32,85	416,22	14,22	353,30
	klenba	92,54	139,19	49,44	100,30	74,42	229,29	42,02	134,70	55,99	321,18	34,45	192,60
50 [MNm ⁻³]	bok počva	77,72	816,07	55,88	187,90	75,73	802,42	50,82	191,50	73,74	788,78	45,76	195,70
	bok	65,75	663,43	31,75	205,30	56,63	666,36	23,17	239,20	47,51	669,29	14,59	285,70
	klenba	78,20	479,43	21,41	154,30	67,31	526,14	17,57	184,40	56,41	572,85	13,72	227,20
100 [MNm ⁻³]	bok počva	60,99	876,44	53,80	246,90	58,67	850,20	49,37	253,16	56,73	829,36	45,29	259,70
	bok	52,85	724,73	37,48	264,50	51,63	716,30	36,31	269,54	43,74	712,98	26,18	317,40
	klenba	68,49	544,47	16,06	183,80	60,94	578,91	13,22	210,97	51,21	618,90	9,93	257,10

Tab. 1 Lining resistance of Hřebeč tunnel for $k_{vyp} = 5, 50, 100 \text{ MNm}^{-3}$ and $p/q = 0,2; 0,4; 0,6$

		$p/q = 0,2$				$p/q = 0,4$				$p/q = 0,6$			
		M [kNm]	N [kN]	V [kN]	q [kNm ⁻²]	M [kNm]	N [kN]	V [kN]	q [kNm ⁻²]	M [kNm]	N [kN]	V [kN]	q [kNm ⁻²]
5 [MNm ⁻³]	abutment invert	112,97	477,44	50,01	106,60	119,86	510,51	43,79	102,60	128,06	545,33	38,16	98,23
	abutment	52,11	373,02	24,19	215,50	41,45	370,67	6,16	270,20	32,85	416,22	14,22	353,30
	vault	92,54	139,19	49,44	100,30	74,42	229,29	42,02	134,70	55,99	321,18	34,45	192,60
50 [MNm ⁻³]	abutment invert	77,72	816,07	55,88	187,90	75,73	802,42	50,82	191,50	73,74	788,78	45,76	195,70
	abutment	65,75	663,43	31,75	205,30	56,63	666,36	23,17	239,20	47,51	669,29	14,59	285,70
	vault	78,20	479,43	21,41	154,30	67,31	526,14	17,57	184,40	56,41	572,85	13,72	227,20
100 [MNm ⁻³]	abutment invert	60,99	876,44	53,80	246,90	58,67	850,20	49,37	253,16	56,73	829,36	45,29	259,70
	abutment	52,85	724,73	37,48	264,50	51,63	716,30	36,31	269,54	43,74	712,98	26,18	317,40
	vault	68,49	544,47	16,06	183,80	60,94	578,91	13,22	210,97	51,21	618,90	9,93	257,10



Obr. 6 Průběhy momentů (kNm) pro $k_{vyp} = 50 \text{ MNm}^{-3}$ a pro $p/q = 0,2; 0,4; 0,6$
 Fig. 6 Moments distribution (kNm) for $k_{vyp} = 50 \text{ MNm}^{-3}$ and for $p/q = 0.2; 0.4; 0.6$

proměnné v čase. V tomto případě se napíše pro deformaci klenby funkce

$$\Delta_y(t) = f\left(k_{vyp}; \frac{P}{q}; R_{bt}; E_{bt}\right). \quad (9)$$

Výsledky výpočtu jsou uvedeny v tab. 1. Je zde uvedena mezní únosnost a mezní deformace Δx a Δy v období 0,25 až 28 dní. Nárůstem pevnosti a modulu deformace se hodnoty mezní únosnosti a mezní deformace mění. Stanovení diskretních hodnot mezních deformací pro monitorovaná místa na ostění tunelu nebývá ve statických výpočtech prováděných MKP pro tak široké časové spektrum (0,25; 0,5; 1; 5; 14; 28 dní) obvyklé. Hodnoty mezních deformací jsou uváděny obvykle jen pro 28. den od zahájení betonáže [6, 7].

5. POSOUZENÍ PRIMÁRNÍHO OSTĚNÍ TUNELU HŘEBEC

Výpočetní programy určené pro výpočet vnitřních sil ostění tunelu polygonální metodou řešící interakci tunelu s horninovým prostředím s nelineárními podporami typu podloží prutové konstrukce, nahrazují přesný tvar ostění tunelu polygonem, horninový masiv je modelován soustavou kyvných Winklerovských pružin připojených k ostění ve vrcholech polygonu. Působení horninového masivu na ostění je modelováno vnějším aktivním zatížením působícím ve vrcholech polygonu. Výpočet probíhá v iteračních cyklech, v prvním iteračním cyklu jsou všechny Winklerovské pružiny modelující horninu aktivní. Po prvním iteračním cyklu jsou tažené pružiny vyloučeny a výpočet probíhá tak dlouho, dokud nejsou všechny tažené pružiny vyloučeny a zároveň všechny tlačené pružiny ve funkci. Tento výpočetní model odpovídá přibližně skutečnému působení geotechnické konstrukce, styčná plocha mezi konstrukcí a horninou nemůže přenášet tah, dochází k odtržení horniny od konstrukce. Winklerovské pružiny simulující horninu se do výpočtu zavádějí jednotkovou plochou a jednotkovou délkou a jejich tuhost se zadává hodnotou modulu pružnosti E odpovídající geotechnickému prostředí. Výpočet velikosti modulu reakce

environment. The calculation of the magnitude of the subgrade reaction modulus \bar{k}_i of elastic Winkler springs can be written in the form

$$\bar{k}_i = k^{(\sigma)} \frac{l_i + l_{i+1}}{2} b, \quad (10)$$

where $k^{(\sigma)}$ is the modulus of the subgrade reaction depends not only on the geotechnical parameters of the rock, but also on the shape of the structure and is usually determined according to B. G. Galerkin [see 10]

$$k^{(\sigma)} = \frac{E}{R(1+\nu)}, \quad (11)$$

where l_i is the length of the side of the polygon and b is the width of the lining ring, which is usually 1m, E is the modulus of rock deformation, R is the radius of the circle representing the tunnel opening and ν is Poisson's number (Fig. 4).

First, the strength limit of the lining with $\text{Ø}32\text{mm}$ anchors and length of 6m is determined for different deformation modules and different lateral pressure of the massif surrounding the tunnel. The values of $k_{vyp} = 5, 50, 100 \text{ MNm}^{-3}$ [8] are used for the modulus of the subgrade reaction, and the values for the ratio of lateral pressure to vertical pressure $p/q = 0.2; 0.4; 0.6$ are used for the lateral pressure. The results are shown in tab. 1 and Fig. 5.

According to calculations of the resistance for different modulus of subgrade reaction k_{vyp} and for different lateral pressure p/q , it is suggested to use $k_{vyp} = 50 \text{ MNm}^{-3}$ and $p/q = 0,4$ for dimensioning. The smallest resistance $q = 184,4 \text{ kNm}^{-2}$ in the vault (Fig. 6).

Determining the strength limit of the lining and subsequently the deformation limit in the first 28 days is only possible with knowledge of the concrete strength and deformation modulus development in those days. Data for a very long period (1990–2014) are shown in Fig. 7, 8. Two regression curves are fitted for the strength of shotcrete, the increase from 6 to 360 minutes (0.0041–0.25 days) is significantly different from that in period

podloží \bar{k}_i pružných Winklerovských opěr lze zapsat ve tvaru

$$\bar{k}_i = k^{(\sigma)} \frac{l_i + l_{i+1}}{2}, \quad (10)$$

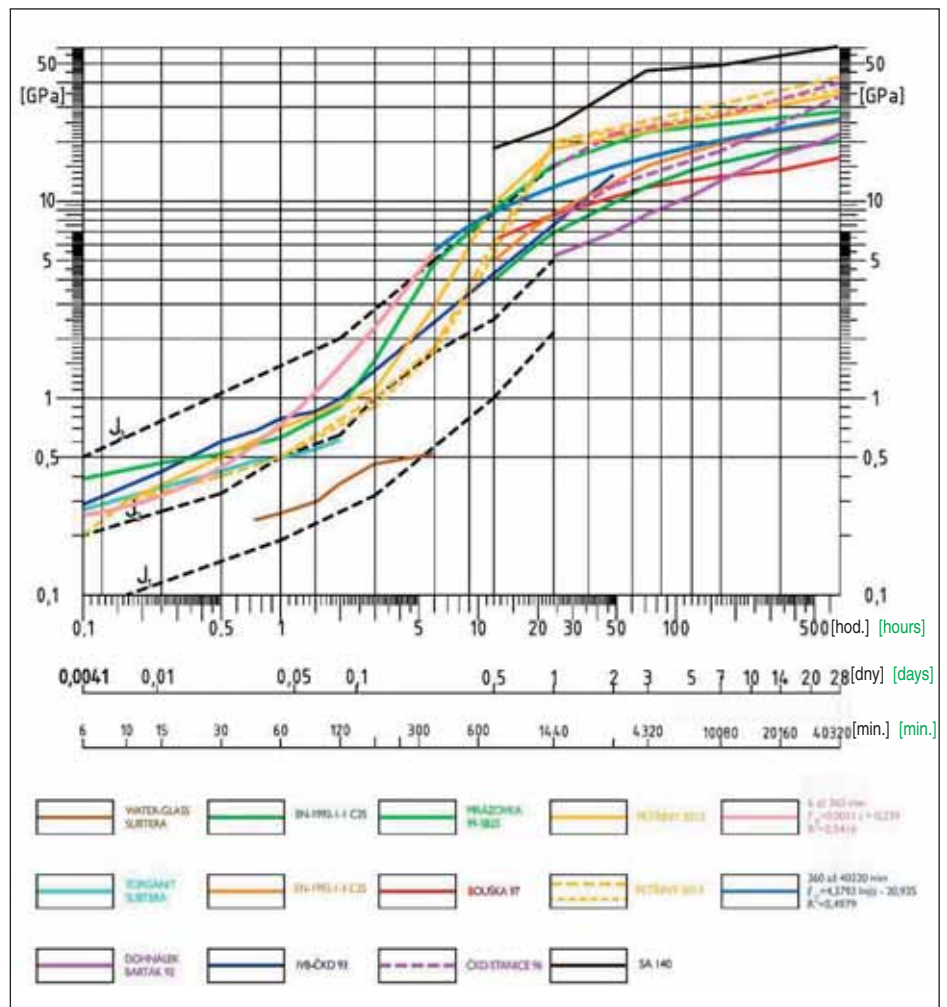
kde $k^{(\sigma)}$ je modul reakce podloží, které závisí nejen na geotechnických parametrech horniny, ale rovněž na tvaru konstrukce a stanovuje se obvykle podle B. G. Galerkina [viz 10]

$$k^{(\sigma)} = \frac{E}{R(1+\nu)}, \quad (11)$$

kde l_i je délka strany mnohoúhelníku a b je šířka prstence posuzovaného ostění, která je obvykle 1 m, E je modul deformace horniny, R je poloměr kružnice nahrazující výrub a ν je Poissonovo číslo (obr. 4).

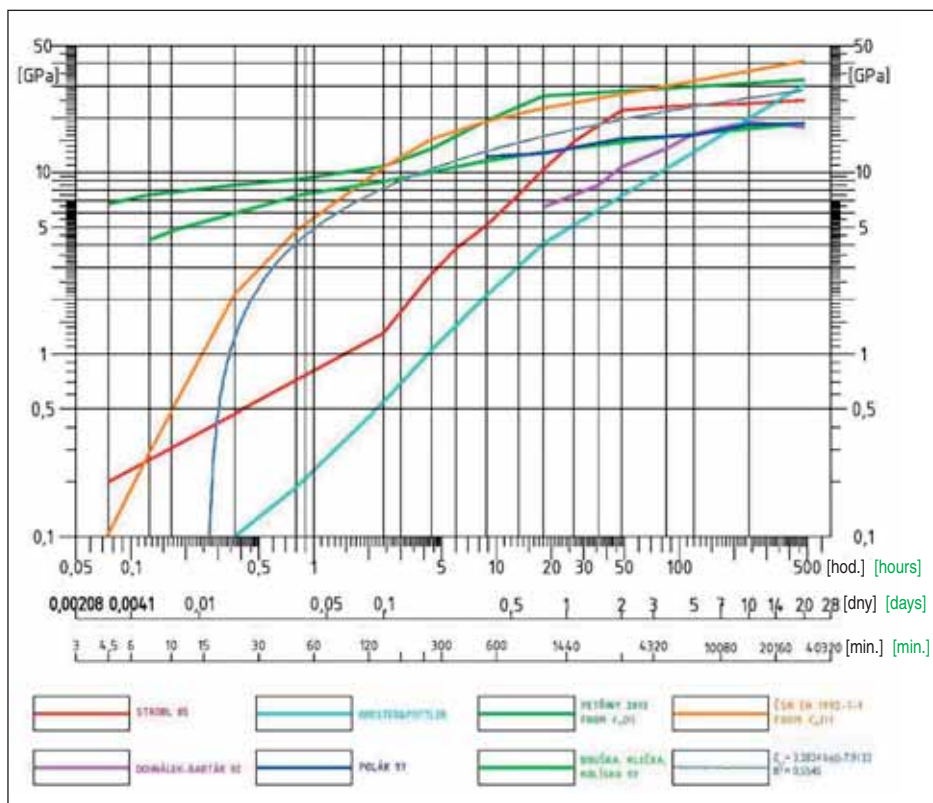
Nejprve se stanoví mezní únosnost ostění s kotvami $\varnothing 32$ mm a délky 6 m pro různé moduly deformace a různý boční tlak masivu obklopujícího tunel. Pro modul reakce podloží se použijí hodnoty $k_{\text{vyp}} = 5, 50, 100 \text{ MNm}^{-3}$ [8] a pro boční tlak jsou použity hodnoty pro poměr bočního tlaku ke svislému tlaku $p/q = 0,2; 0,4; 0,6$. Výsledky jsou uvedeny v tab. 1 a obr. 5.

Podle výpočtů únosnosti pro různý modul reakce podloží k_{vyp} a pro různý boční tlak p/q se pro dimenzování navrhuje použít $k_{\text{vyp}} = 50 \text{ MNm}^{-3}$ a $p/q = 0,4$. Nejmenší únosnost $q = 184,4 \text{ kNm}^{-2}$ je v klenbě (obr. 6).



Obr. 7 Naměřené pevnosti stříkaných betonů a regresní křivka [5]

Fig. 7 Measured strengths of sprayed concrete and regression curve [5]



Obr. 8 Naměřené moduly deformace stříkaného betonu a regresní křivka [5]

Fig. 8 Measured deformation moduli and regression curve [5]

360 to 40320 minutes (0.25–28 days). For a period of 6 to 360 minutes, an equation is proposed

$$f_{ck} = 0.0051x + 0.2389.$$

$$R^2 = 0.5416.$$

For the period 360 to 40320 minutes, an equation is proposed

$$f_{ck} = 4.3793 \ln(x) + 20.935.$$

$$R^2 = 0.4979.$$

One curve is fitted for the deformation modulus and an equation is proposed

$$E_{cd} = 3.2824 \ln(x) + 7.9132.$$

$$R^2 = 0.5545.$$

Calculation of the so-called Mencil' limit [7] performed for 0.25; 0.5; 1; 5; 14; 28 days for f_{ck} and E_{cd} variables is done for abutment and vault. The first Mencil' limit $Q_{1(t)}$ or $M_{1(t)}$ indicates how large a load could be applied on the system, which has not yet been loaded, in time t , without exhausting the lining resistance. The function $Q_{2(t)}$ is the

Tab. 2 Výpočet Menclovy meze pro 0,25; 0,5; 1; 5; 14 a 28 dní

		1. MENCLOVA MEZ		$k_{vyp} = 50 \text{ MNm}^{-3}$		$p/q = 0,4$		s kotvami		tloušťka ostění 250 mm			
DNY		0,25		0,5		1		5		14		28	
f_{ck} (MPa)		4,946		7,994		11,042		18,118		22,646		25,693	
E_{cd} (GPa)		11,407		13,683		15,958		21,241		24,114		26,895	
Ostění		opěří	klenba	opěří	klenba	opěří	klenba	opěří	klenba	opěří	klenba	opěří	klenba
Maximální statické hodnoty	M (kNm)	87,174	54,030	94,526	58,179	101,069	62,103	114,126	70,514	120,347	74,763	125,939	78,704
	N (kN)	488,894	214,484	494,840	218,802	499,549	222,108	507,530	227,425	510,753	229,440	513,370	231,006
	V (kN)	35,176	43,238	37,059	42,882	38,756	42,610	38,696	42,172	43,931	42,006	45,491	41,877
VYUŽITÍ ÚNOSNOSTI PRO 1. MENCLOVU MEZ [%]		71,80	54,50	77,50	58,50	82,70	74,80	92,90	70,40	97,80	74,50	102,10	630,3
MEZ ÚNOSNOSTI PRO 1. MENCLOVU MEZ q (kN m ⁻²)		139,28	183,49	129,03	170,94	120,92	133,69	107,64	142,05	102,25	134,23	97,94	78,30
MAXIMÁLNÍ PŘÍPUSTNÉ DEFORMACE OSTĚNÍ PRO 1. MENCLOVU MEZ													
BODY	osa	jednotkové	skutečné	jednotkové	skutečné	jednotkové	skutečné	jednotkové	skutečné	jednotkové	skutečné	jednotkové	skutečné
		[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)
8	X	0,009	1,24	0,009	1,15	0,009	1,07	0,009	0,93	0,009	0,88	0,008	0,87
	Y	-0,032	-4,42	-0,031	-4,05	-0,031	-3,76	-0,031	-3,29	-0,030	-3,10	-0,030	-3,08
15	X	0,009	1,20	0,008	1,09	0,008	0,99	0,008	0,84	0,008	0,78	0,007	0,76
	Y	-0,035	-4,93	-0,035	-4,53	-0,035	-4,22	-0,035	-3,72	-0,034	-3,52	-0,034	-3,51
20	X	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00
	Y	-0,055	-7,69	-0,054	-7,01	-0,054	-6,47	-0,052	-5,60	-0,051	-5,26	-0,051	-5,20

Stanovení mezní únosnosti ostění a následně mezní deformace v prvních 28 dnech je možné pouze se znalostí nárůstu pevnosti a modulu deformace stříkaného betonu v těchto dnech. Data za velmi dlouhé období (1990–2014) jsou uvedena v obr. 7, 8. Pro pevnost stříkaných betonů jsou proloženy dvě regresní křivky, nárůst od 6 do 360 minut (0,0041–0,25 dní) je výrazně jiný než v období 360 až 40320 minut (0,25–28 dní). Pro období 6 až 360 minut se navrhuje rovnice

$$f_{ck} = 0,0051x + 0,2389.$$

$$R^2 = 0,5416.$$

Pro období 360 až 40320 minut se navrhuje rovnice

$$f_{ck} = 4,3793 \ln(x) + 20,935.$$

$$R^2 = 0,4979.$$

Pro modul deformace je proložena jedna křivka a navrhuje se rovnice

¹ Prof. Ing. Juraj Mencl 18. 1. 1916–13. 2. 2005. V roce 1953 nastoupil na katedře dopravních staveb Fakulty inženýrského stavitelství SVŠT jako docent pro obor Tunely a mechanizácia staveb. Od roku 1962 působil na katedře zakladania staveb, geológie a priehrad (dnešní katedry geotechniky). V roce 1965 byl jmenován profesorem pro obor Teória a konštrukcie inženýrských staveb. Pracoval na významných úlohách zaměřených na výstavbu podzemních drah v Praze a Bratislavě, na výstavbě přečerpávacích vodních elektráren Čierny Váh a Dlouhé Stráně, na výstavbě Strahovského tunelu atd. Po listopadu 1989 se Prof. Mencl vrátil na katedru geotechniky jako emeritní profesor, kde byl jejím platným členem.

Krátká citace: ZAPLETAL, A., BUCEK, M., BARTÁK, J. Směrnice pro navrhování ostění budovaných NATM. Praha, 1992.

second Mencl limit. The resistance function $Q_{1(t)}$ corresponding to the zero load function $q_{1(t)} = 0$ and the resistance function $Q_{2(t)}$ corresponding to the load function $q_2(t)$, which keeps the lining constantly in the limit state, are of fundamental importance in the theory of the resistance capacity of the sprayed concrete lining resistance. In this case, apparently $q_{2(t)} = Q_{2(t)}$. First, the percentage utilization of the resistance is determined, and from there, the strength limit. From these calculations, the limit deformation for the unit load can be found, and by multiplying the unit deformations by the values of the strength limit, the maximum allowable deformations of the lining at the monitored nodes can be obtained [9].¹

The distribution of limit deformations for nodes 8, 15 and 20 of the lining is plotted in Fig. 9. The largest values of deformations are at node 20 (vault). The black line shows 60% of the limit state for node 20.

¹ Prof. Ing. Juraj Mencl 18/01/2016–13/02/2005. In 1953, he joined the Department of Transport Structures of the Faculty of Civil Engineering of the Slovak Academy of Sciences as an associate professor for Tunnels and Construction Mechanization. From 1962, he worked at the Department of Building Foundations, Geology and Dams (today's Department of Geotechnics). In 1965, he was appointed professor for the field of Theory and Construction of Engineering Structures. He worked on important tasks focused on the construction of underground railways in Prague and Bratislava, on the construction of the Čierny Váh and Dlouhé Stráně pumping station hydroelectric power plants, on the construction of the Strahov tunnel, etc. After November 1989, prof. Mencl returned to the Department of Geotechnics as Professor Emeritus, where he was a respected member.

Short citation: ZAPLETAL, A., BUCEK, M., BARTÁK, J. Guidelines for linings design constructed by NATM. Prague, 1992.

Tab. 2 Calculation of the Mencl's limit for 0,25; 0,5; 1; 5; 14 and 28 days

1. MENCL LIMIT		$k_{vp} = 50\text{MNm}^{-3}$		$p/q = 0,4$		with bolts		lining thickness 250mm					
DAYS		0.25	0.5	1	5	14	28						
f_{ck} (MPa)		4.946	7.994	11.042	18.118	22.646	25.693						
E_{cd} (GPa)		11.407	13.683	15.958	21.241	24.114	26.895						
Lining		abutment	vault	abutment	vault	abutment	vault	abutment	vault	abutment	vault	abutment	vault
Maximum static magnitudes	M (kNm)	87.174	54.030	94.526	58.179	101.069	62.103	114.126	70.514	120.347	74.763	125.939	78.704
	N (kN)	488.894	214.484	494.840	218.802	499.549	222.108	507.530	227.425	510.753	229.440	513.370	231.006
	V (kN)	35.176	43.238	37.059	42.882	38.756	42.610	38.696	42.172	43.931	42.006	45.491	41.877
PERCENTAGE UTILIZATION OF 1. MENCL LIMIT [%]		71.80	54.50	77.50	58.50	82.70	74.80	92.90	70.40	97.80	74.50	102.10	630.3
STRENGTH LIMIT OF 1. MENCL LIMIT q (kN m ⁻²)		139.28	183.49	129.03	170.94	120.92	133.69	107.64	142.05	102.25	134.23	97.94	78.30
MAXIMUM ALLOWABLE DEFORMATION OF LINING OF 1. MENCL LIMIT													
POINTS	axis	unit	actual	unit	actual	unit	actual	unit	actual	unit	actual	unit	actual
		[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)	[1]	(mm)
8	X	0.009	1.24	0.009	1.15	0.009	1.07	0.009	0.93	0.009	0.88	0.008	0.87
	Y	-0.032	-4.42	-0.031	-4.05	-0.031	-3.76	-0.031	-3.29	-0.030	-3.10	-0.030	-3.08
15	X	0.009	1.20	0.008	1.09	0.008	0.99	0.008	0.84	0.008	0.78	0.007	0.76
	Y	-0.035	-4.93	-0.035	-4.53	-0.035	-4.22	-0.035	-3.72	-0.034	-3.52	-0.034	-3.51
20	X	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00
	Y	-0.055	-7.69	-0.054	-7.01	-0.054	-6.47	-0.052	-5.60	-0.051	-5.26	-0.051	-5.20

$$E_{cd} = 3,2824 \ln(x) + 7,9132.$$

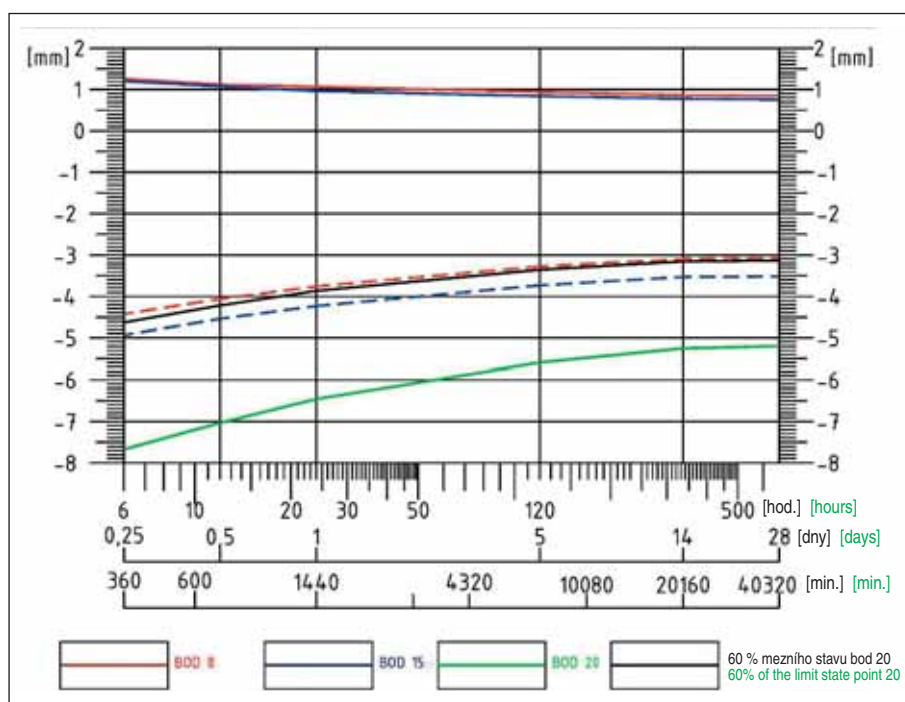
$$R^2 = 0,5545.$$

Výpočet tzv. Menclovy¹ meze [7] provedený pro 0,25; 0,5; 1; 5; 14; 28 dní pro proměnné f_{ck} a E_{cd} je proveden pro opěři a klenbu. První Menclova mez $Q_{1(t)}$ resp. $M_{1(t)}$ udává, jak velké zatížení by v čase t mohlo skokem dolehnout na dosud nezatíženou soustavu, aniž by únosnost ostění byla vyčerpána. Funkce $Q_{2(t)}$ je druhou Menclovou mezí. Zásadního významu v teorii únosnosti ostění ze stříkaného betonu nabývá funkce únosnosti $Q_{1(t)}$ příslušná k nulové funkci zatížení $q_{1(t)} = 0$ a funkce únosnosti $Q_{2(t)}$ korespondující s funkcí zatížení $q_{2(t)}$, která udržuje ostění neustále v mezním stavu únosnosti. V tomto případě zřejmě platí $q_{2(t)} = Q_{2(t)}$. Nejprve je stanoveno procentuální využití únosnosti a odtud pak mezní únosnost. Z těchto výpočtů se nalezne mezní deformace pro jednotkové zatížení a přenásobením jednotkových deformací hodnotami mezní únosnosti lze získat maximální přípustné deformace ostění ve sledovaných bodech [9].¹

Průběh mezních deformací pro body ostění 8, 15 a 20 je zakreslen na obr. 9. Největší hodnoty deformací jsou v bodu 20 (klenba). Černou čarou je zakresleno 60 % mezního stavu pro bod 20.

6. ZÁVĚR

Uvedený postup výpočtu mezní únosnosti a mezní deformace tunelového ostění popisuje rezervy v únosnosti ostění a rovněž



Obr. 9 Mezní deformace pro body 8, 15 a 20

Fig. 9 Limit deformations for nodes 8, 15 and 20

6. CONCLUSION

The presented procedure for calculating the ultimate resistance and the ultimate deformation of the tunnel lining describes the reserves in the resistance of the lining and also shows the place where the strength limit and the deformation limit will be reached first. In accordance with equations (7) and (8), the critical location of the lining is where the coefficient s_i is greater than 1. Practice

ukazuje místo, kde bude nejdříve dosaženo meze únosnosti a meze deformace. V souladu s rovnicemi (7) a (8) je kritické místo ostění tam, kde koeficient s_i je větší než 1. Praxe ukázala, že stanovení mezních deformací Δx a Δy v době tvrdnutí stříkaného betonu bylo velmi užitečné, projektant nemusí stanovovat mezní deformace podle své zkušenosti nebo odhadem.

Výpočet deformací terénu pro stanici metra Národní třída na trase IB (zahájení stavebních prací 1979, otevření provozu na konci roku 1985) prováděný metodou konečných prvků firmou PUDIS stanovil pokles terénu hodnotou 40 mm a skutečně naměřený pokles byl 150 mm. Výpočet deformací terénu nad raženými díly prováděný v sedmdesátých a osmdesátých letech minulého století MKP byl velmi drahý, časově náročný a jak ukazuje příklad stanice Národní třída velmi nepřesný. Provádět výpočty MKP pro šest časových intervalů bylo v té době nereálné, a dokonce provádění jen jednoho výpočtu bylo vzácné.

Pro návrh tunelového ostění projektant používá s ohledem na rozsah a důležitost úkolu výpočetní metodu, která je nejen bezpečná, ale i ekonomická. Navržený postup zjišťování mezních deformací a varovných stavů je v porovnání s 2D MKP výrazně rychlejší, výstupy výpočtů popisují širokou škálu okrajových podmínek. Tato skutečnost je vhodná pro ražená díla, kde liniové stavby procházejí nehomogenním prostředím. Metoda OPM je vhodná tam, kde projektant chce znát únosnost navrženého ostění v různých geologických podmínkách, popsaných geotechnickými parametry.

Je však potřeba vzít v úvahu skutečnost, že uvedená metoda vychází pouze z pružného chování horninového prostředí, přičemž obecně je chování horninového prostředí mnohem komplikovanější, stejně jako např. členění a postup ražeb. Chování horninového prostředí může být popsáno objektivněji variantními konstitutivními vztahy v rámci modelových výpočtů pomocí numerických metod, včetně metody konečných prvků.

Ing. JAROMÍR ZLÁMAL,
zlamal@pohl.cz, POHL cz, a.s.

Recenzoval Reviewed: doc. Dr. Ing. Jan Pruška

has shown that determining the limit deformations Δx and Δy during the hardening of the sprayed concrete was very useful, the designer does not need to determine the limit deformations according to his experience or estimate.

The calculation of surface deformations for the Národní třída metro station on route IB (start of construction work 1979, start of operation at the end of 1985) carried out using the finite element method by the PUDIS company established a terrain settlement of 40mm, and the actual measured settlement was 150mm. The calculation of surface deformations above the underground excavations carried out in the 1970s and 1980s by FEM was very expensive, time-consuming and, as the example of the Národní třída station showed, very inaccurate. Performing FEM calculations for 6 time intervals was unrealistic at the time, and even performing just one calculation was rare.

For the design of the tunnel lining, the designer uses a calculation method that is not only safe, but also economical, taking into account the scope and importance of the task. The proposed procedure for detecting limit deformations and warning levels is significantly faster compared to 2D FEM, the calculation outputs describe a wide range of boundary conditions. This method is suitable for underground excavations works, where linear structures pass through an inhomogeneous environment. The OPM method is suitable where the designer wants to know the resistance of the designed lining in various geological conditions, described by geotechnical parameters.

However, it is necessary to take into account the fact that the mentioned method is based only on the elastic behavior of the rock environment, while in general the behavior of the rock environment is much more complicated. The behavior of the rock environment can be described more objectively by variant constitutive relations within model calculations using numerical methods, including the finite element method.

Ing. JAROMÍR ZLÁMAL,
zlamal@pohl.cz, POHL cz, a.s.

LITERATURA / REFERENCES

- [1] ROZSYPAL, A. *Varovné stavy při monitoringu tunelu*. In: *Zakládání staveb Brno 2011: Možnosti snižování geotechnických rizik při výstavbě*. Brno: Česká geotechnická společnost Českého svazu stavebních inženýrů, 2011, s. 191–198. ISBN 978-80-86604-55-8.
- [2] ČECH, Z., MATĚJOVSKÝ, V. *PROS v.3 – výpočet ostění tunelu: Uživatelská dokumentace programu*. Praha: Metroprojekt, 1995.
- [3] FINE spol. s r.o. *Program Fin10: Beton 2D EC – verze 2.0.8.32*. Praha: 2007.
- [4] DUDDECK, H., ERDMANN, J. *On structural design models for tunnels in soft soil.: Underground space*. Vol. 9, Pergamon Press, Oxford, (1985) U. K., p. 246–259.
- [5] ZLÁMAL, J. První statické výpočty pro Novou rakouskou tunelovací metodu se zaměřením na polygonální metodu. *Tunel*, 2019, č. 2.
- [6] ZLÁMAL, J. *Analysis of the ultimate states of the underground tunnel lining: Proceedings of the World Tunnel Congress 2007*. London: Taylor & Francis Group, 2007. ISBN 9780429107238.
- [7] ZAPLETAL, A., BUCEK, M., BARTÁK, J. *Směrnice pro navrhování ostění budovaných NRTM*. Praha, 1992. & ZAPLETAL, A., BUCEK, M., BARTÁK, J. *Komentář ke směrnici pro navrhování ostění budovaných NRTM*. Praha, 1992.
- [8] ŠVEJDA, L., ZLÁMAL, J. Geostatická napjatost a změna modulu pružnosti spojitě nehomogenního kontinua ve výpočtech metodou konečných prvků. *Tunel*, 2000, č. 3.
- [9] ZLÁMAL, J. Evaluation Of The Tunnel Lining Bearing Capacity. In: *Transport And City Tunnels: Proceedings of the 11th International Conference Underground Constructions Prague 2010*. Prague: Czech Tunnelling Association ITA-AITES, s. 808–811. ISBN 978-80-254-7054-1.
- [10] ALDORF, J. *Mechanika podzemních konstrukcí*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 1999, 410 s., ISBN-80-7078-695-7.